

文章编号: 1000-0887(2006) 01-0119-08

具有确定运动姿势的柔性体的动力学分析研究*

杨元明^{1,2}, 张 伟², 宋天霞¹, 陈传尧¹

(1. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 武汉 430074;

2. 南阳理工学院 土木工程系, 河南 南阳 473004)

(岳珠峰推荐)

摘要: 讨论了具有确定运动姿态的柔性多体系统的非线性动力学控制方程。将飞行器在空间的运动看作是已知的, 分析了飞行器上的挠性构件对飞行器运动和姿态的影响, 利用假设模态, 将挠性构件的变形, 看作是空间直角坐标轴方向的线元振动所构成的, 根据动力学中的 Kane 方法, 建立了动力学方程, 方程中包含表示弹性变形的结构刚度矩阵及表示变形体非线性变形几何刚度矩阵, 方程推导从应力-应变关系入手, 使用了有限元法。经简化, 得到了带帆板结构的平面挠性体对飞行器运动影响的动力学方程, 这种方程可通过计算机实现其数值解。

关键词: 柔性体; 线元振动; 动力学方程 Kane 方法

中图分类号: O31.3 **文献标识码:** A

引 言

在过去的 20 年、30 年间, 利用 Kane 方法进行多体系统动力学建模研究方法日趋成熟, 这些方法^[1~7]均以建立在连续区域上的离散点的弹性变形作为广义坐标, 并使用了有限元法, 获取系统的动力学刚度矩阵, 这种刚阵实质上是柔性多体系统旋转特征的几何刚度矩阵, 实践证明, 这种方法对大型空间结构不太适用。与此相比, 从稳态理论来看, 模态理论更能有效地解决运动引起的刚度, 文献[8]使用子结构方法, 利用拉格朗日乘子, 增加了求解方程之维数; 由于考虑约束, 增加了对约束的敏感性, 后来, 文献[9]至文献[13]把涉及到与转动惯性力相关的近似表达式的几何刚度矩阵与模态刚度矩阵相联系, 来表示其最一般运动, 获取任意结构引起的刚阵。本文在综合上述方法的基础上, 研究针对具有确定运动姿态的柔性多体系统, 对飞行器上的挠性构件对飞行器的姿态影响进行分析, 考虑弹性范围小变形, 利用假设模态法对弹性体进行变形描述, 将挠性构件看作是空间 3 个正交方向的线元振动所构成, 利用动力学中的 Kane 方法进行动力学建模, 并对具有确定姿势的空间飞行器的挠性构件对飞行器的运动影响进行动力建模, 运用有限元法和模态理论, 获取了由运动引起的几何非线性刚度和结构模态矩阵, 得到运动微分方程。

* 收稿日期: 2004_03_06; 修订日期: 2005_08_16

基金项目: 河南省自然科学基金资助项目(0311011100)

作者简介: 杨元明(1965—), 男, 湖北人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_377_63601892; Fax: + 86_377_63121404; E_mail: yym7823@sina.com)。

1 空间柔性体动力学建模

1.1 变形描述

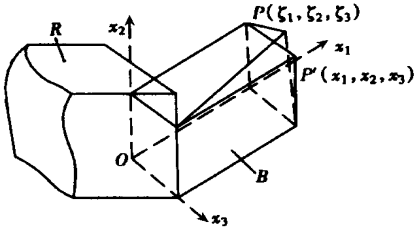


图 1 空间柔性体

如图 1 所示, R 为固连于已知运动物体的坐标系, x_1, x_2, x_3 为固连于 R 上的 O 点的 3 个相互垂直的坐标轴, 单位向量为 r_1, r_2, r_3 , 未变形时位置 $P'(x_1, x_2, x_3)$, 变形后位置 $P(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, 则 P 点的位置可由下面位移来描述:

$$u = u_1(x_1, x_2, x_3, t)r_1 + u_2(x_1, x_2, x_3, t)r_2 + u_3(x_1, x_2, x_3, t)r_3 \quad (1)$$

对于任意弹性变形体 B 在直线长度上的变形可以

表示为:

$$x_i = \int_0^{\xi_i} \left\{ 1 + \sum_{j=1}^3 \left[K_j \frac{\partial u_j}{\partial \sigma}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) \right]^2 \right\}^{1/2} d\sigma \quad (2)$$

令:

$$J_i(x_1, x_2, x_3, t) \triangleq 1 + \sum_{j=1}^3 \left[K_j \frac{\partial u_j}{\partial \sigma}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) \right]^2 \quad (3)$$

式中 $i, j = 1, 2, 3$, 当 $i = j$ 时, $K_j = 0, x_{ij} = \sigma$; $i \neq j$ 时, $K_j = 1, x_{ij} = x_i$. 坐标 ξ_1, ξ_2 和 ξ_3 相对于 x_1, x_2 和 x_3 及位移 u_1, u_2 和 u_3 有如下关系式:

$$\xi_i = x_i + u_i(x_1, x_2, x_3, t) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

式(1)与式(3)求导, 经整理则有:

$$\dot{x}_i = - [J_i(x'_{1l}, x'_{2l}, x'_{3l}, t)]^{-1/2} \times \left\{ x_i - \frac{1}{2} \int_0^{\xi_i} [J_i(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t)]^{-1/2} \frac{\partial J_i}{\partial t}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) d\sigma \right\} \quad (5)$$

式中 $i, j = 1, 2, 3, \dot{x}_i$ 是 x_i 对时间 t 的导数, x_{jl} 为函数 J_i 的自变量. 当 $i = j$ 时, $x_{jl} = \xi, x_{jl} = \sigma$; 当 $i \neq j$ 时, $x_{jl} = x_j = x_{jl}$.

1.2 线元振动模态

现在考虑对变形之描述: 设 φ 表示弹性体的振动模态, q_j 为振动模态所对应的广义坐标, 那么, 对应线单元上的变形可描述成如下形式^[1]:

$$x_1 \text{ 向: } u_i(\sigma, x_2, x_3, t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij}(\sigma, x_2, x_3) q_j(t) \quad (i = 2, 3) \quad (6)$$

$$x_2 \text{ 向: } u_i(x_1, \sigma, x_3, t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij}(x_1, \sigma, x_3) q_j(t) \quad (i = 1, 3) \quad (7)$$

$$x_3 \text{ 向: } u_i(x_1, x_2, \sigma, t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij}(x_1, x_2, \sigma) q_j(t) \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

1.3 广义偏速度、广义偏加速度与广义惯性力

利用式(5)至式(7), 式(4)可以写成下列形式:

$$\dot{x}_i = - [J_i(x'_{1l}, x'_{2l}, x'_{3l}, t)]^{-1/2} \left\{ x_i - \int_0^{\xi_i} [J_i(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t)]^{-1/2} \times \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^3 K_k \Phi'_{ki}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \Phi'_{ij}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) q_j \dot{q}_i \right\} \quad (9)$$

这里

$$\frac{\partial J_i}{\partial t}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\sum_{k=1}^3 K_k \dot{\phi}_{ki}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \dot{\phi}_{kj}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \right], \quad i, j, k = 1, 2, 3,$$

当 $i = k$ 时, $K_k = 0$, $x_{il} = \sigma$; $i \neq k$ 时, $K_k = 1$, $x_{il} = x_i$; 当 $i = l$ 时, $x_{il} = \sigma$, $x'_{il} = \xi_i$; 当 $i \neq l$ 时, $x'_{il} = x_{il} = x_i$ 。“ $\dot{\phi}$ ”表示 ϕ 相对 σ 的导数。

在惯性参考系 N 下, P 点的速度可写成:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_P^N = & \mathbf{V}_O^N + \omega_R^N \times \left\{ \left[x_1 + \sum_{j=1}^n \Phi_{1j}(x_1, x_2, x_3) q_j(t) \right] \mathbf{r}_1 + \right. \\ & \left. \mathbf{r}_2 \left[x_2 + \sum_{j=1}^n \Phi_{2j}(x_1, x_2, x_3) q_j(t) \right] + \left[x_3 + \sum_{j=1}^n \Phi_{3j}(x_1, x_2, x_3) q_j(t) \right] \mathbf{r}_3 \right\} + \\ & u_1 \mathbf{r}_1 + u_2 \mathbf{r}_2 + u_3 \mathbf{r}_3, \end{aligned} \quad (9)$$

式中, \mathbf{V}_O^N 为 O 在惯性系 N 中的速度; 由于飞行器在空间按特定轨道飞行, 上述两个量可看作是已知运动量, 故能够用一组特殊函数表示如下:

$$\mathbf{V}_O^N = V_1(t) \mathbf{r}_1 + V_2(t) \mathbf{r}_2 + V_3(t) \mathbf{r}_3; \quad \omega_R^N = \omega_1(t) \mathbf{r}_1 + \omega_2(t) \mathbf{r}_2 + \omega_3(t) \mathbf{r}_3 \quad (10)$$

以 q_1, q_2, \dots, q_n 作广义速度, 考虑式(9)、式(10) 得到 P 点的广义偏速度

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_i^N = & - \mathbf{r}_j \left[J_j(x'_{1l}, x'_{2l}, x'_{3l}, t) \right]^{-1/2} \left\{ x_j - \int_0^{\xi_j} \left[J_j(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) \right]^{-1/2} \times \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^n \left[\sum_{k=1}^3 K_k \dot{\phi}_{ki}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \dot{\phi}_{kj}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \right] q_j \right] d\sigma \right\}, \end{aligned}$$

式中 $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$, 当 $j = k$ 时, $K_k = 0$; 当 $j \neq k$ 时, $K_k = 1$; 当 $i = l$ 时, $x_{il} = \sigma$, $x'_{il} = \xi_i$; 当 $i \neq l$ 时, $x'_{il} = x_{il} = x_i$

为了解决线性化, 使之产生一种适合于弹性体相对于 R 的小运动, 对 q_j 及 \dot{q}_j 线性化, 即将式(5) 至式(7) 分别代入式(2), 得 $J_i(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}, t) = 1$; 式中, $i = 1, 2, 3$; $x_{il} = \sigma_i$ ($i = l$ 时); $x_{il} = x_i$ ($i \neq l$ 时), 引入如下记号:

$$\alpha_{jm}(x_1, x_2, x_3) = \int_0^{\xi_j} \left[\sum_{k=1}^3 K_k \dot{\phi}_{ki}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \dot{\phi}_{kj}(x_{1l}, x_{2l}, x_{3l}) \right] d\sigma,$$

式中, $m = 1, 2, 3$, 且 $\alpha_{j1} = \alpha_{\bar{j}}$, $\alpha_{j2} = \beta_{\bar{j}}$, $\alpha_{j3} = \gamma_{\bar{j}}$, 当 $m = k$ 时, $x_{ml} = \sigma$, $K_k = 0$; 当 $m \neq k$ 时, $K_k = 1$, $x_{ml} = x_m$, 则 P 点在 N 参考系下线性化偏速度可以写成:

$$\mathbf{V}_i^N = - \mathbf{r}_1 \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} q_i - x_1 \right) - \mathbf{r}_2 \left(\sum_{j=1}^n \beta_{ij} q_i - x_2 \right) - \mathbf{r}_3 \left(\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} q_i - x_3 \right),$$

此时, P 点的速度可以写成:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_P^N = & \mathbf{r} \left\{ V_1 + \omega_2 \left[x_3 + \sum_{j=1}^n \Phi_{3j} q_j(t) \right] - \omega_3 \left[x_2 + \sum_{j=1}^n \Phi_{2j} q_j \right] + \sum_{j=1}^n \Phi_{1j} q_j \right\} + \\ & \mathbf{r}_2 \left\{ V_2 + \omega_3 \left[x_1 + \sum_{j=1}^n \Phi_{1j} q_j \right] - \omega_1 \left[x_3 + \sum_{j=1}^n \Phi_{3j} q_j \right] + \sum_{j=1}^n \Phi_{2j} q_j \right\} + \\ & \mathbf{r}_3 \left\{ V_3 + \omega_1 \left[x_2 + \sum_{j=1}^n \Phi_{2j} q_j \right] - \omega_2 \left[x_1 + \sum_{j=1}^n \Phi_{1j} q_j \right] + \sum_{j=1}^n \Phi_{3j} q_j \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

在惯性坐标系下, P 点的加速度可通过对式(11) 微分写出:

$$\mathbf{a}_P^N = {}^N d \mathbf{V}_P^N / dt = {}^R d \mathbf{V}_P^N / dt + \boldsymbol{\omega}_P^N \times \mathbf{V}_P^N,$$

式中, ${}^N d \mathbf{V}_P^N / dt$ 表示 \mathbf{V}_P^N 相对牛顿参考系 N 的导数, ${}^R d \mathbf{V}_P^N / dt$ 表示 \mathbf{V}_P^N 相对动参考系 R 的导数。

1.4 广义惯性力、广义主动力、动力学方程^[11, 12]

相对于第 i 个广义速度的广义惯性力 $F_i^* = \mathbf{V}_i^N \mathbf{F}^*$,

$$\mathbf{F}^* = - \int_B \rho \mathbf{a}_p^N dx_1 dx_2 dx_3,$$

故有广义惯性力

$$F_i^* = - \int_B \rho \mathbf{V}_i^N \mathbf{a}_p^N dx_1 dx_2 dx_3.$$

由方程(12)可知,它未表示弹性变形的运动约束,其模态也是线性的,这种不成熟的线性方程中得到的偏速度会产生不正确的运动约束,然而,对于任意变形体,一般不用写出运动方程,由运动约束的忽略所产生的误差,可以通过在求主动力时考虑非线性刚度来获得补偿。为了描述物体的非线性变形,对以下物体的刚度矩阵进行分析。

考虑到 j 物体上任意单元 e 上任一点,其位移_应变关系可表示为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha, \beta} = \frac{1}{2} \left[W_{\alpha, \beta} + W_{\beta, \alpha} + \sum_{\gamma=1}^3 W_{\gamma, \alpha} W_{\gamma, \beta} \right], \quad (12)$$

式中, $W_{\alpha, \beta} = \partial W_{\alpha} / \partial x_{\beta}$, W_{α} 为位移分量, x_{β} 为位置坐标分量。由 $W_{\alpha, \beta}$ 构成的应变列阵为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{12}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{13}]^T, \quad (13)$$

由(12)式,可得

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha, \beta} = \frac{1}{2} \left[W_{\alpha, \beta} + W_{\beta, \alpha} + \sum_{\gamma=1}^3 W_{\gamma, \alpha} W_{\gamma, \beta} \right], \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{W}, \end{cases} \quad (14)$$

这里 $\mathbf{L} = \mathbf{L}^0 + \mathbf{L}'$, \mathbf{L}^0 表示对位置坐标 x_{α} 的偏导数, $\partial_{\alpha} = \partial(\cdot) / \partial x_{\alpha}$, \mathbf{L}' 包含 $\alpha, W_{\alpha, \beta}$ 乘积二次项,即

$$\mathbf{L}^0 = \begin{bmatrix} \partial_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_3 \\ \partial_2 & \partial_1 & 0 \\ 0 & \partial_3 & \partial_2 \\ \partial_3 & 0 & \partial_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}' = \begin{bmatrix} W_{1,1}\partial_1 & W_{2,1}\partial_1 & W_{3,1}\partial_1 \\ W_{1,2}\partial_2 & W_{2,2}\partial_2 & W_{3,2}\partial_2 \\ W_{1,3}\partial_3 & W_{2,3}\partial_3 & W_{3,3}\partial_3 \\ W_{1,1}\partial_2 + W_{1,2}\partial_1 & W_{2,1}\partial_2 + W_{2,2}\partial_1 & W_{3,1}\partial_2 + W_{3,2}\partial_1 \\ W_{1,2}\partial_3 + W_{1,3}\partial_2 & W_{2,2}\partial_3 + W_{2,3}\partial_2 & W_{3,2}\partial_3 + W_{3,3}\partial_2 \\ W_{1,3}\partial_1 + W_{1,1}\partial_3 & W_{2,3}\partial_1 + W_{2,1}\partial_3 & W_{3,3}\partial_1 + W_{3,1}\partial_3 \end{bmatrix},$$

其应力表示为 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}]^T$ 。考虑线弹材料应力_应变关系(不计初应力与阻力), $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{H} \boldsymbol{\varepsilon}$ (\mathbf{H} 为弹性阵), 设单元形函数为 N , 则单元节点位移满足 $\mathbf{W} = \mathbf{N} \mathbf{u}$ (\mathbf{u} 为单元节点位移), 此时弹性体产生应变能:

$$P_E = \int_{B_j} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dB = \int_{B_j} \mathbf{u}^T (\mathbf{L} \mathbf{N})^T [\mathbf{H} (\mathbf{L} \mathbf{N}) \mathbf{u}] dB = \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u},$$

这里

$$\mathbf{K} = \int_{B_j} (\mathbf{L} \mathbf{N})^T \mathbf{H} (\mathbf{L} \mathbf{N}) dB,$$

将 $\mathbf{L} = \mathbf{L}^0 + \mathbf{L}'$ 代入 \mathbf{K} , 则 $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{00} + \mathbf{K}_{01} + \mathbf{K}_{10} + \mathbf{K}_{11}$, 这里

$$\mathbf{K}_{00} = \int_{B_j} (\mathbf{L}^0 \mathbf{N})^T \mathbf{H} (\mathbf{L}^0 \mathbf{N}) dB, \quad \mathbf{K}_{01} = \int_{B_j} (\mathbf{L}^0 \mathbf{N})^T \mathbf{H} (\mathbf{L}' \mathbf{N}) dB,$$

$$K_{10} = \int_{B_j} (L'N)^T H(L^0N) dB, \quad K_{11} = \int_{B_j} (L'N)^T H(L'N) dB,$$

记

$$K_e = K_{00}, \quad K_G = K_{01} + K_{10} + K_{11}, \quad (15)$$

这里 K_{00} 为弹性变形刚度矩阵(或称结构刚度矩阵), K_G 为对应非线性变形之刚度矩阵, 也称几何非线性刚度阵。由此而引起广义主动力可写成^[14]

$$F_i = - \sum_{j=1}^n \lambda_j q_j \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (16)$$

式中 λ_j 为结构分析的模态刚度矩阵 $\phi^T K \phi$ (ϕ 为特征向量) 的元素。

根据 Kane 方程, 可写出动力学方程

$$F_i^* + F_i = 0 \quad (17)$$

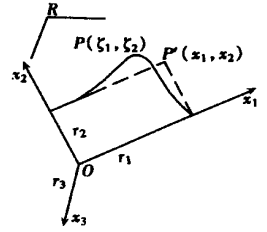


图2 平面面板柔性体

2 平面面板柔性体动力学方程

前面讨论了具有挠性的构件对飞行器的影响, 在实际情况下, 往往这些挠性构件具有平面面板结构, 由于飞行器运动可视为已知的, 如果将分析限制在中面不伸长的平面内, 那么面内的线元长度就可以看作是常量, 故在面内振动看作是一个已知振动, 或者说在此向振动函数具有一致性, 在这种情况下, 模拟其运动就更为方便, 下面就这种情况对第1节内容进行当简化和修正。

设单位向量 r_1, r_2, r_3 , P' 未变形, P 变形, 则

$$u = u_1(x_1, x_2) r_1 + u_2(x_1, x_2) r_2 + u_3(x_1, x_2) r_3,$$

坐标 ζ_1, ζ_2 与 x_1, x_2 以及 u_1, u_2 关系为:

$$\zeta_1 = x_1 + u_1(x_1, x_2, t), \quad \zeta_2 = x_2 + u_2(x_1, x_2, t).$$

其广义惯性力为:

$$F_i^* = - \int_B \rho V_i^N a_i^N dx_1 dx_2 \quad (18)$$

忽略所有 q_i 与 \dot{q}_i 之非线性项, 则由式(18)推导出广义惯性力为:

$$\begin{aligned} F_i^* = & - \sum_{j=1}^n E_{3ij} \ddot{q}_j - \sum_{j=1}^n (\omega_1 E_{2ij} - \omega_2 E_{1ij}) \dot{q}_j - \sum_{j=1}^n [(\omega_1 + \omega_2 V_3 - \omega_3 V_2) C_{ij} - \\ & (\omega_1 \omega_2 - \omega_3) C_{2j} + (\omega_2^2 + \omega_3^2) C_{1ij} - (\omega_2 + \omega_3 V_1 - \omega_1 V_3) D_{ij} - \\ & (\omega_3 + \omega_1 \omega_2) D_{1ij} + (\omega_3^2 + \omega_1^2) D_{2ij} + (\omega_1 + \omega_2 \omega_3) E_{2ij} + \\ & (\omega_3 \omega_1 - \omega_2) E_{1ij} - (\omega_1^2 + \omega_2^2) E_{3ij}] q_j - (\omega_3 + \omega_1 V_2 - \omega_2 V_1) A_i - \\ & (\omega_1 + \omega_2 \omega_3) B_{2i} - (\omega_3 \omega_1 - \omega_2) B_{1i} \quad (k = 1, 2, 3; i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (19)$$

式中

$$\begin{aligned} A_i &= \int_S \varphi_{3i} \rho dx_1 dx_2, \quad B_{ki} = \int_S x_k \varphi_{3i} \rho dx_1 dx_2, \\ C_{ij} &= \int_S \alpha_{ij} \rho dx_1 dx_2, \quad C_{kij} = \int_S x_k \alpha_{ij} \rho dx_1 dx_2, \\ D_{ij} &= \int_S \beta_{ij} \rho dx_1 dx_2, \quad D_{kij} = \int_S x_k \beta_{ij} \rho dx_1 dx_2, \quad E_{kij} = \int_S \varphi_{3i} \varphi_{ij} \rho dx_1 dx_2, \end{aligned}$$

($k = 1, 2, 3; i, j = 1, 2, \dots, n; S$ 是平面面板的面积), 称作模态积分。其广义主动力 F^* 可写成

式(16), 将式(19)与式(16)代入式(17), 则有 $M_{xd}\ddot{q} + C_{xd}\dot{q} + K_{xd}q = Q_{xd}$ 。这里: M_{xd} 、 C_{xd} 、 K_{xd} 为 $n \times n$ 矩阵(M_{xd} 、 C_{xd} 、 K_{xd} 相当与结构的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵), Q_{xd} 为 $n \times 1$ 列阵, 相当于广义力, \ddot{q} 、 \dot{q} 、 q 为 $n \times 1$ 列阵。考察 \ddot{q}_j 的系数:

$$\ddot{q}_1 \text{ 的系数: } - \sum_{j=1}^n E_{31j} = - E_{311} - E_{312} - \dots - E_{31n},$$

$$\ddot{q}_2 \text{ 的系数: } - \sum_{j=1}^n E_{32j} = - E_{321} - E_{322} - \dots - E_{32n},$$

⋮

$$\ddot{q}_n \text{ 的系数: } - \sum_{j=1}^n E_{3nj} = - E_{3n1} - E_{3n2} - \dots - E_{3nn},$$

所以 M_{xd} 的表达形式为:

$$M_{xd} = \begin{bmatrix} - E_{311} & - E_{321} & \dots & - E_{3n1} \\ - E_{312} & - E_{322} & \dots & - E_{3n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ - E_{31n} & - E_{32n} & \dots & - E_{3nn} \end{bmatrix} = - [E_{3ji}] \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

依此类推, 其它系数为:

$$C_{xd} = - \begin{bmatrix} (\omega_1 E_{211} - \omega_2 E_{111}) & (\omega_1 E_{221} - \omega_2 E_{121}) & \dots & (\omega_1 E_{2n1} - \omega_2 E_{1n1}) \\ (\omega_1 E_{212} - \omega_2 E_{112}) & (\omega_1 E_{222} - \omega_2 E_{122}) & \dots & (\omega_1 E_{2n2} - \omega_2 E_{1n2}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\omega_1 E_{21n} - \omega_2 E_{11n}) & (\omega_1 E_{22n} - \omega_2 E_{12n}) & \dots & (\omega_1 E_{2nn} - \omega_2 E_{1nn}) \end{bmatrix} = - (\omega_1 E_{2ji} - \omega_2 E_{1ji}),$$

$$K_{xd} = - [- (\omega_1 + \omega_2 V_3 - \omega_3 V_2) C_{ji} - (\omega_1 \omega_2 - \omega_3) C_{2ji} + (\omega_2^2 + \omega_3^2) C_{1ji} - (\omega_2 + \omega_3 V_1 - \omega_1 V_3) D_{ji} - (\omega_3 + \omega_1 \omega_2) D_{1ji} + (\omega_3^2 + \omega_1^2) D_{2ji} + (\omega_1 + \omega_2 \omega_3) E_{2ji} + (\omega_3 \omega_1 - \omega_2) E_{1ji} - (\omega_1^2 + \omega_2^2) E_{3ji} + \lambda_i],$$

$$Q_{xd} = [(\omega_3 + \omega_1 V_2 - \omega_2 V_1) A_i + (\omega_1 + \omega_2 \omega_3) B_{2i} + (\omega_3 \omega_1 - \omega_2) B_{1i}] \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

3 数值仿真算例

一双矩形系统, 长 $a_1 = a_2 = 2.00$ m, 宽 $b_1 = b_2 = 1.20$ m, 厚 $h_1 = h_2 = 0.002$ m, 密度 $\rho_1 = \rho_2 = 2766$ kg/m³, 弹性模量 $E_1 = E_2 = 70$ GPa, 仿真时间 $t = 80$ s。给定矩形板对惯性系 R 的角速度 ω 如下:

$$\omega_1 = \theta_1 = 4 \text{ rad/s},$$

$$\omega_2 = \theta_2 = 0.1 (t - 20) \pi \sin(\pi t / 20) \text{ rad/s},$$

板的振动模态由有限元程序得到。图4与图5分别为矩形板1、2中心点的变形。由图可见, 作匀速转动的板1的变形远比作变速转动的板2的变形要小。其根本原因在于矩形板的切向惯性效应(即切向加速度)加大了矩形板的变形。同时, 由于板1与板2的转向相同, 因此对板2的变形具有正叠加效应, 从而使板2的变形加大。

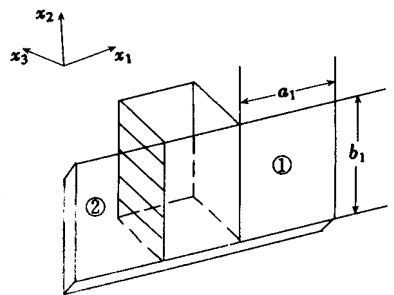


图3 矩形板系统

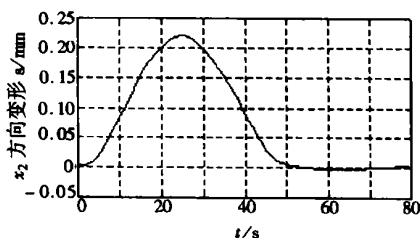


图4 矩形板 1 中心点变形

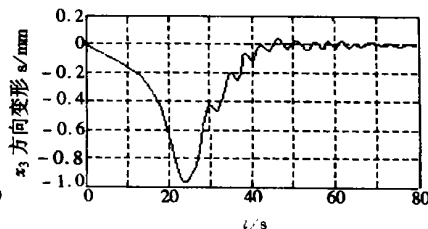


图5 矩形板 2 中心点变形

4 结 语

针对具有确定运动姿态的柔性多体系统,对飞行器上的挠性构件对飞行器的姿态影响进行分析,利用假设模态法,将挠性构件看作是空间 3 个正交方向的线元振动所构成,利用动力学中的 Kane 方法进行动力学建模。

运用有限元法和模态理论,对具有确定姿势的空间飞行器的挠性构件对飞行器的运动影响进行动力分析,获取了由运动引起的几何非线性刚度和结构模态矩阵。

对带面板结构的飞行器进行了动力学仿真计算,结果表明,要减少柔性体的变形可以通过减少柔性体的惯性效应并将各柔性体的相对运动形成反向叠加。

[参 考 文 献]

- [1] Banerjee A K, Kane T R. Dynamics of a plate in Large overall motion[J]. ASME J of Applied Mech, 1989, **56**(1): 887—892.
- [2] Kane T R, Ryan R R, Banerjee A K. Dynamics of a cantilever beam attached to a moving base[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1987, **10**(2): 135—151.
- [3] Kane T R, Ryan R R, Banerjee A K. Reply by authors to K W London[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 1989, **12**(2): 286—287.
- [4] Levinson D A, Kane T R. Autolev—A New Approach to Multi_Body Dynamics [M]. Berlin: Mutli-body Sastems Hand Book, W Schiehlen, eds. Springer_Verlag, 1990, 81—102.
- [5] Roberson K E, Schwertassek K. Dynamics of Multi_Body System [M]. New York: Springer Verlag, 1988, 122—156.
- [6] Rosenthal K E, Shermant M A. High performance mutli_body simulations via symbolic equation manipulation and Kane' s method[J]. J of the Astronautical Sci, 1986, **34**(3): 223—239.
- [7] Likins P W. Geometric stiffness characteristics of a rotating elastic appendage[J]. International J Solid and Structures, 1974, **10**(2): 161—167.
- [8] Wu S C, Haug E J. Geometric nonlinear substructuring for dynamics of flexibly mechanical system [J]. J for Numerical Method in Engineering, 1989, **44**(3): 135—146.
- [9] Zeiler T, Buttrill C. Dynamics Analysis of an Unrestrained Rotating Structure Through Nonlinear Simulation [M]. AIAA 29th Structure Structural Dynamics and Materials Conference, Williamsburg, Va, Paper, 1988, 18—20.
- [10] Banerjee A K, Dickens J M. Dynamics of an arbitrary flexibly body in large rotation and translation [J]. ASME J of Mech, 1990, **13**(2): 221—227.
- [11] Banerjee A K, Lemak M E. Multi_flexibly dynamics capturing motion induced stiffness[J]. Tran saction of the ASME, 1991, **58**(4): 113—121.

- [12] YANG Yuan_ming, GUO Jian_sheng. Dynamics modeling of the flexibly body with determined movement position[J]. J of Huazhong University of Sci and Tech, 1999, 19(7): 103—105.
- [13] YANG Yuan_ming, ZHANG Wei. Dynamics modeling of the flexibly multi_body[J]. Acta Mechanica Solid Sinica, 1999, 20: 153—158.
- [14] Kane T R, Likins P W, Levinson D A. Spacecraft Dynamics [M]. New York: McGraw_Hill, 1983, 247.

Dynamic Analysis of Flexible Body With Definite Moving Attitude

YANG Yuan_ming^{1,2}, ZHANG Wei², SONG Tian_xia¹, CHEN Chuan_yao¹

(1. College of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. china;

2. Department of Civil Engineering, Nanyang Institute of Technology, Henan Nan yang 473004, P. R. china)

Abstract: The nonlinear dynamic control equation of a flexible multi-body system with definite moving attitude is discussed. The motion of the aircraft in space is regarded as known and the influence of the flexible structural members in the aircraft on the motion and attitude of the aircraft is analyzed. By means of a hypothetical mode, the deformation of flexible members is regarded as composed of the line element vibration in the axial direction of rectangular coordinates in space. According to Kane's method in dynamics, a dynamic equation is established, which contains the structural stiffness matrix that represents the elastic deformation and the geometric stiffness matrix that represents the nonlinear deformation of the deformed body. Through simplification the dynamic equation of the influence of the planar flexible body with a windsurfboard structure on the spacecraft motion is obtained. The numerical solution for this kind of equation can be realized by a computer.

Key words: flexible body; line element vibration; dynamic equation; Kane's method