

# 变可信用度模型在气动优化中的应用\*

夏 露, 高正红

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

(邓学鋈推荐)

摘要: 在气动外形优化中, 采用近似模型管理结构(AMF)方法, 对变可信用度模型进行组织和管理。这样能够充分利用低可信用度模型, 将主要计算量集中在低可信用度模型的优化迭代过程中。同时, 采用高可信用度模型监控优化过程, 使最终的优化收敛到高可信用度模型上。最后, 设计了零阶变可信用度气动特性优化管理结构与搜索算法, 对某飞翼型无人机的翼型进行了气动优化。优化外形的气动性能与初始外形比有所提高。实际结果表明所提出的方法具有良好的可行性和适用性。

关键词: 气动优化; 变可信用度; 近似模型管理结构

中图分类号: V221.3; O221 文献标识码: A

## 引 言

当前, 在借助数值优化方法进行气动优化设计的过程中, 与优化方法相结合的气动分析方法多种多样, 其中比较典型的有工程方法、速势方程数值解法、Euler 方程数值解法和 N-S 方程数值解法。采用 Euler 和 N-S 方程数值解法固然可以得到较为精确的流场数值解, 但计算量很大, 耗费机时较多。而工程方法和以线化理论为基础的速势方程数值解法, 虽然通常计算量较小, 但局限性相对较大, 只能对一定范围内的问题求解效果较好。为了说明方便起见, 本文将能够更准确反映物理现象特性的数学模型如 N-S 方程、Euler 方程等, 称为高可信用度模型, 而将那些对特性的反映准确性相对较差的数学模型如线化小扰动速势方程等称为低可信用度模型。

对于优化设计问题而言, 由于设计过程需要经过多次反复迭代, 所以对不同目标特性分析计算模型的要求应当是高效、快速、稳定、准确。通常, 由于高可信用度模型计算量较大, 在优化设计特别是全机复杂外形设计过程中很难得到应用; 而采用低可信用度模型又很难保证设计结果的可信用度。如果能够在优化过程中对低可信度的计算模型和高可信度的计算模型进行较好的组织和管理, 就既可以减轻完全依赖高可信用度模型进行优化的耗费, 又可以提高完全采用低可信用度模型得到的优化结果的可信用度。

基于信赖域方法的近似模型管理结构(AMF, approximation management framework)<sup>[1]</sup>作为一种变可信用度模型管理结构, 就提供了这样一种机制, 即无论低可信用度模型相较于高可信用度模型对物理问题的描述准确度如何, 系统都能产生相应的响应, 从而使得主要的计算耗费是优化搜

\* 收稿日期: 2004\_07\_06; 修订日期: 2005\_12\_26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10502043)

作者简介: 夏露(1977—), 女, 大连人, 博士(联系人, Tel: + 86\_29\_88495971\_6; E-mail: xialu@nwpu.edu.cn)。

迭代过程中低可信度模型的计算量, 而最终的优化收敛到高可信度模型的解上。

## 1 信赖域方法

信赖域的提出是基于对非线性函数进行拟合逼近的概念。对任意非线性函数, 在某一确定点的邻域内, 可以利用局部线化的概念, 用一线性函数进行近似描述。也就是说, 在一定的区域内, 该线性函数可以在满足一定的精度要求下, 拟合原非线性函数。可以称此区域是采用该线性函数对非线性函数进行拟合的“信赖域”。

将“信赖域”的概念应用到优化问题中的信赖域方法, 其基本思想, 是在优化设计变量搜索空间中一个初始点的邻域内, 构造一个计算代价较低的原优化问题的逼近问题, 并在该邻域即“信赖域”内, 利用逼近问题的近似模型求取目标函数进行优化搜索, 获得局部的目标特性极值, 再将此局部极值点作为新的初始点, 通过一定的验证方法更新信赖域与近似模型, 再次优化搜索, 如此循环迭代以得到最终的优化结果。即对单目标无约束优化问题  $\min f(X)$ , 信赖域法的基本步骤是:

step 1: 给出初始值  $X_0 \in R^n$ ,  $\Delta_0 > 0$ ,  $i = 0$ ;

step 2: 通过求解逼近问题  $f_{ai}(X)$  搜索出一个满足  $\|s_i\| \leq \Delta_i$  的步长  $s_i$ , 其中  $\|\cdot\|$  是  $R^n$  中的某一范数, 区域  $\|s_i\| \leq \Delta_i$  为信赖域;

step 3: 如果  $s_i$  满足某种下降条件, 则  $X_{i+1} = X_i + s_i$ , 否则  $X_{i+1} = X_i$ ;

step 4: 以某种方式给出  $\Delta_{i+1}$ ,  $i = i + 1$ , 转到 step 2。

通过收敛性分析<sup>[2~4]</sup>, 信赖域方法全局收敛性的充分条件是  $s_i$  满足

1)  $\exists \forall \delta > 0$  与  $i$  无关,

$$\|s_i\| \leq \delta \Delta_i; \quad (1)$$

2) FCD 条件(fraction of Cauchy decrease):  $\exists \forall \beta > 0$ ,  $C > 0$  与  $i$  无关,

$$f(X_i) - f_{ai}(X_i + s_i) \geq \beta \| \nabla f(X_i) \| \min \left[ \Delta_i, \frac{\| \nabla f(X_i) \|}{C} \right]. \quad (2)$$

由于在优化过程中大量采用基于原始目标函数的近似模型进行目标特性计算, 因此在获得原始目标函数最优点的同时, 降低了计算量, 提高了优化效率。显然, 如何构建近似模型和如何确定相应的信赖域是决定该方法优化质量与效率的关键。

通常, 构造目标函数近似模型的方法是在初始点附近选取一个或多个点, 确定相应的目标函数值, 利用 Taylor 展开或数值拟合函数构建。采用这种构造方法, 已知点的多少、位置将直接影响近似函数的近似度以及信赖域空间的大小, 而这些又将影响优化搜索的结果与搜索效率。对于复杂多变量问题或者高度非线性的问题, 采用这种方法可能由于近似模型与目标函数近似程度较低, 或者信赖域空间太小等问题使得该方法失去了自身的优势。从另外一个方面来说, 对于实际的物理问题, 往往可以根据问题要求的不同, 建立不同的物理与数学模型, 即对物理问题本身就可以构建所谓的高可信度模型和低可信度模型。因此, 可以利用物理问题本身的高可信度模型和低可信度模型, 以信赖域方法为基础, 构建相应的 AMF, 并结合有关的优化搜索方法, 建立一种高效、准确的优化设计方法。

## 2 AMF 方法

N M Alexandrov 等人首先在结构优化的设计中提出了一种基于信赖域方法的对变可信度模型进行管理和组织的 AMF 方法<sup>[4]</sup>。

该方法与传统优化方法的区别如图 1、图 2 所示。在传统的优化中, 优化器和分析软件之间如下交换信息: 分析软件把目标、或目标及其导数信息  $f$ 、 $\nabla f$  提供给优化器, 而优化器根据由此搜索到新的设计变量  $X$ , 传输给分析软件来进行再分析, 如此反复迭代直至收敛。如果对该优化问题的目标约束函数及其导数的分析是采用高可信度模型, 优化所需的反复分析过程将是耗费巨大的。若对该问题有一个低可信度模型, 其目标函数及其导数的低可信度模型用  $f_a$ 、 $\nabla f_a$  来表示, 那么采用 AMF, 在优化搜索中, 优化器从低可信度分析模型接收到的目标或目标及其导数信息就是  $f_a$ 、 $\nabla f_a$ , 优化器根据由此搜索到新的设计变量  $X$ , 传输给分析软件来进行再分析, 如此反复迭代直至收敛; 而高可信度模型起监控的作用, 在优化回路外校正低可信度模型<sup>[1]</sup>。

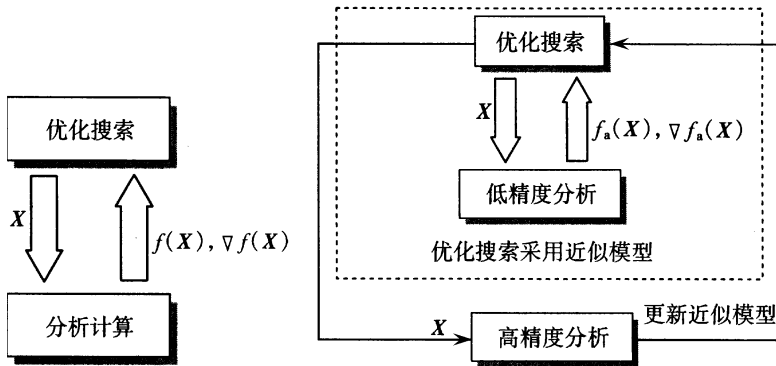


图 1 传统优化方法

图 2 AMF 方法

根据构造近似模型的规则不同, AMF 主要有两种形式: 一阶近似和零阶近似<sup>[4,5]</sup>。

零阶近似的构造规则就是在当前点  $X_c$  上:

$$f_a(X_c) = f(X_c); \quad (3)$$

一阶近似的构造规则就是在当前点  $X_c$  上:

$$f_a(X_c) = f(X_c), \quad \nabla f_a(X_c) = \nabla f(X_c); \quad (4)$$

其中,  $f$ 、 $\nabla f$  和  $f_a$ 、 $\nabla f_a$  分别是采用高可信度模型和低可信度模型得到的目标函数及其导数。

这个构造条件可以通过 Chang 等人提出的修正技巧<sup>[6]</sup>来实现。

### 3 AMF 方法在气动优化中的应用

AMF 方法最早在结构优化上采用, 所以根据近似模型的准确程度产生的系统响应也是在结构优化采用变可置信度模型的基础上给出。对于气动优化设计问题而言, 通常目标函数难以直接表达为设计变量的显函数, 而是通过求解一定的流动方程获得, 因此, 可以利用物理问题的所谓低可信度模型构建高可信度模型的近似函数, 从而建立气动优化的 AMF。图 3 是本文采用的零阶近似 AMF 方法计算流程图, 首先选定初始点  $X_0$ , 并根据经验选取信赖域半径的初值  $\Delta_0$ , 以  $X_0$  为基准点, 分别计算相应的高可信度和低可信度模型目标函数值, 利用(3)式, 建立高可信度模型  $f$  的零阶近似模型  $f_a$ 。在初始信赖域内, 采用近似模型进行优化搜索得到优化点  $X_+$ 。在此基础上, 需要利用高可信度模型对优化搜索结果进行校核。如果低可信度模型  $f_a$  当前的描述准确度相当好, 在下一步优化中可以放宽信赖域或者可以采用可信度更低的模型来提高优化效率, 并且优化结果  $X_+$  可以被接受; 如果  $f_a$  描述准确度较差(包括目标实际并未改善或改善量比由近似模型得到的小得多), 在下一步优化中需要缩小信赖域, 并且优化

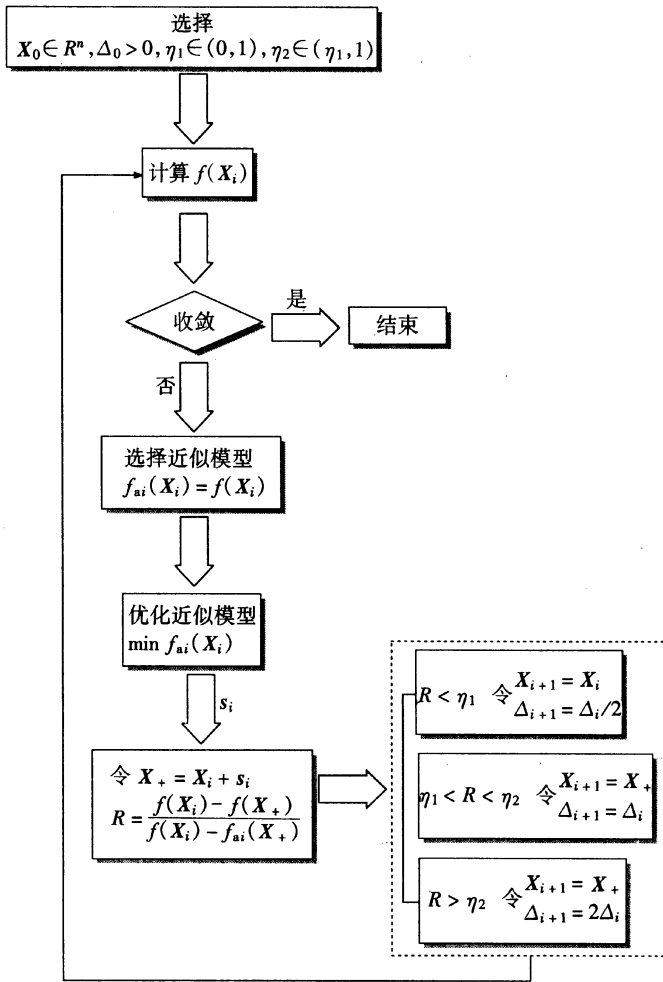


图3 零阶近似 AMF 算法流程

结果  $X_+$  不能被接受; 如果  $f_a$  描述准确度一般, 在下一步优化中信赖域范围不变, 但优化结果  $X_+$  可以被接受。由此可见, 整个优化过程需要进行定量控制, 所以需要建立近似模型对高可信度模型描述准确度的定量表达式:  $R = [f(X_i) - f(X_+)] / [f(X_i) - f_a(X_+)]$ 。  $R$  值反映了近似模型与高可信度模型计算结果相比较的准确性。当  $R \rightarrow 1$ , 表示低可信度模型  $f_a$  描述准确度相当好; 而当  $R \rightarrow 0$  甚至  $R < 0$ , 表示低可信度模型  $f_a$  描述准确度较差。因此可以通过选择参数  $0 < \eta_1 < \eta_2 < 1$  来定量区分准确度的好坏并相应的调节信赖域的大小。

在整个优化循环的过程中, 近似模型并非固定不变, 随着每次优化搜索得到优化点都可以多获取一次高可信度模型得到的较为准确的目标值信息, 近似模型也相应的在不断更新来反映当前的设计域。由此可以看出采用 AMF 进行优化设计时, 即使低可信度模型不能象高可信度模型那样精确地捕捉到物理现象的特性, 只要它在搜寻目标改善方向上具有满意的特性即可。也就是说, 一个低可信度模型也许并不能捕捉一个高可信度模型函数的所有重要特性, 但它只要可以对高可信度问题的目标函数提供一步满意的改进即可。并且由于计算的耗费主要取决于优化搜索迭代过程中低可信度模型的计算耗费量, 减轻了完全采用高可信度计算模型进行优化的计算负担。同时只要满足前面提到的信赖域方法的收敛条件, 就可以保证收敛到

高可置信度模型的解上。

本文采用的高、低可置信度模型,分别为 Euler 方程数值解法以及基于势流理论的 Green 函数方法<sup>[7]</sup>。通过分析高、低可置信度模型的特点以及实际的计算经验,可以看出低可置信度模型即 Green 函数方法对小迎角区气动特性的计算结果较为准确,尤其是计算升力系数准确度较高。而在本文的优化设计中目标为小迎角区设计点的升阻比。针对这样的特点,  $R$  的判据即低可置信度模型描述准确度的定量区分,在本文中依据放宽对近似模型计算结果准确性的容忍度,将低可置信度模型描述准确度相当好和一般的区域定的较大,亦即  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  取的都偏小,为  $\eta_1 = 0.10$ ,  $\eta_2 = 0.60$ , 同时初始信赖域即设计变量的搜索空间也定得较大<sup>[7]</sup>。

## 4 优化结果及其分析

本文以某飞翼型无人机为例,对机翼根部和翼尖的翼型进行气动优化设计。翼型的描述采用解析函数线性叠加法<sup>[8]</sup>,目标函数为设计点上的升阻比。根据工程经验和结构强度方面的要求,确定了优化的约束条件:翼型的面积和最大厚度基本不变,俯仰力矩系数不减小,纵向静稳定性即俯仰力矩导数不增大,升力系数不降低。采用遗传算法作为优化搜索算法,其群体规模为 80,每一轮搜索以最大代数 20 为搜索终止条件。采用低可置信度气动计算模型进行了 3 轮优化设计,采用高可置信度气动计算模型对设计点气动性能进行了 4 次校正计算(其中包括初始外形),所耗时为 82.6 h 左右,认为已达到设计收敛要求。图 4 为优化前后翼型的比较,表 1 为气动特性的比较。由图 4 和表 1 可见,优化后的外形气动性能有所提高,达到了优化的目的。而如果采用传统的优化,即单纯采用高可置信度模型进行优化搜索,采用控制参数相同的遗传算法作为优化搜索算法,所耗时为 1 060 h 左右。可见采用 AMF 大大的提高了优化效率。

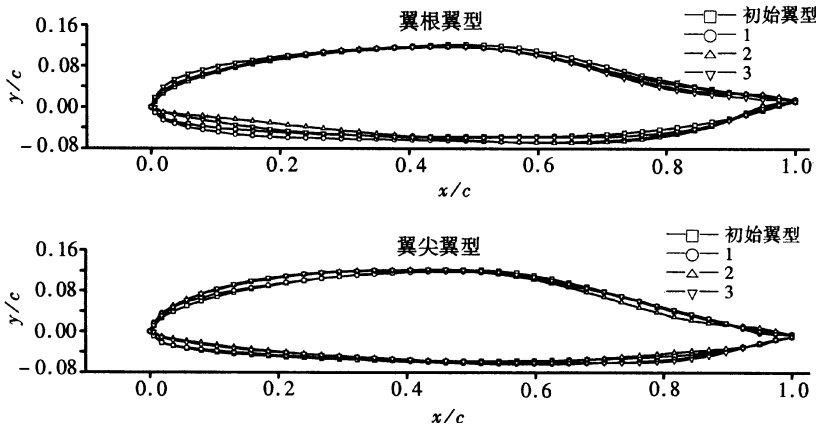


图 4 优化前后翼型形状比较

## 5 结 论

许多工程设计中的物理现象都可以用高可置信度模型来描述。但是采用诸如  $N_S$  方程或较好计算网格的高可置信度模型,其迭代过程将是耗时巨大的。然而,采用相应的低可置信度模型又不能保证高精度的设计。基于信赖域方法的 AMF 方法,通过构建变可置信度模型的结构来减轻完全依靠高可置信度模型的耗费。气动设计中的各种不同可信度的模型可以采用它进行组织

和管理,将高低可信度模型有效地组织起来,充分发挥各自的功效。本文就如何采用 AMF 构建气动优化设计方法进行了初步的研究,得出了一些结论:

表 1 优化前后气动性能比较

气动性能	初始外形	优化结果					
		第 1 轮		第 2 轮		第 3 轮	
		低可信度	高可信度	低可信度	高可信度	低可信度	高可信度
升力系数 $C_L$	0.292 0	0.295 0	0.293 0	0.350 0	0.310 0	0.310 0	0.293 0
阻力系数 $C_D$	0.020 7	0.019 0	0.020 0	0.022 0	0.020 5	0.018 8	0.017 9
俯仰力矩系数 $C_m$	0.040 0	0.060 0	0.044 0	0.058 0	0.045 0	0.080 0	0.070 0
俯仰力矩导数 $C_m^\alpha$	0.002 0	0.000 2	0.001 6	0.000 5	0.001 7	0.000 4	0.001 5
升阻比 $L/D$	14.10	15.50	14.65	15.63	15.10	16.50	16.40

1)  $R$  值反映了近似模型搜索结果与高可信度模型结果比较的准确性。对区分  $R$  值范围的参数  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  的选取主要要根据在设计中对高低可信度模型计算结果相差的容忍度和实际的计算经验。

2) 针对具体的气动优化问题,由于优化所耗时主要集中在低可信度模型的搜索迭代上,所以主要根据问题的复杂程度和可以承受的代价来选择低可信度模型,而高可信度模型的选取则一般基于优化所要求达到的精度。同时可以通过  $R$  值的变化来检测变可信度模型是否选取得当。若  $R$  值一直偏小,应该采用较高可信度的模型作为低可信度模型;若  $R$  值一直偏大,应该采用较低可信度的模型作为低可信度模型。一般不改变高可信度模型以防设计结果不可靠。

3) 仍有许多问题值得进一步探讨,例如,如何构建多个不同等级可信度模型的 AMF,如何在近似模型搜索与高精度模型校核迭代中获得更加高效的优化结果等等都需要作进一步深入的工作,以获得更加高效的优化设计方法。

### [参 考 文 献]

- [1] Alexandrov N M, Lewis R M, Gumbert C R, et al. Optimization with variable\_fidelity models applied to wing design[R]. AIAA, 2000—0841.
- [2] 施光燕,董加礼.最优化方法[M].北京:高等教育出版社,2000.
- [3] 袁亚湘,孙文瑜.最优化理论与方法[M].北京:科学出版社,1999.
- [4] Alexandrov N M, Dennis J E Jr, Lewis R M, et al. A trust\_region framework for managing the use of approximation models in optimization[J]. Structural Optimization, 1998, 15(1): 16—23.
- [5] Booker A J, Dennis J E Jr, Frank P D, et al. A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates[J]. Structural Optimization, 1999, 17(1): 1—13.
- [6] Chang K J, Haftka R T, Giles G L, et al. Sensitivity-based scaling for approximating structural response[J]. Journal of Aircraft, 1993, 30(2): 283—288.
- [7] 夏露.飞行器外形气动、隐身综合优化设计方法研究[D].博士学位论文.西安:西北工业大学,2004.
- [8] Hicks R, Henne P. Wing design by numerical optimization[J]. Journal of Aircraft, 1978, 15(7): 407—413.

# Application of Variable Fidelity Models to Aerodynamic Optimization

XIA Lu, GAO Zheng\_hong

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University,  
Xi'an 710072, P.R. China)

**Abstract:** For aerodynamic shape optimization, the approximation management framework (AMF) method was used to organize and manage the variable\_fidelity models. The method can take full advantage of the low\_fidelity, cheaper models to concentrate the main workload on the low\_fidelity models in optimization iterative procedure. Furthermore, it can take high\_fidelity, more expensive models to monitor the procedure to make the method globally convergent to a solution of high\_fidelity problem. Finally, zero order variable\_fidelity aerodynamic optimization management framework and search algorithm were demonstrated on an airfoil optimization of UAV with a flying wing. Compared with the original shape, the aerodynamic performance of the optimal shape is improved. The results show the method has good feasibility and applicability.

**Key words:** aerodynamic optimization; variable\_fidelity; approximation management framework