

用集结坐标法对细杆中呼吸子状态的分析

赵广慧¹, 张年梅², 杨桂通²

(1. 西南石油大学 机电工程学院, 成都 610500;
2. 太原理工大学 应用力学研究所, 太原 030024

(我刊原编委杨桂通来稿)

摘要: 研究了计入 Peierls-Nabarro (P_N 力和材料粘性效应)的一维无限长金属杆在简谐外力扰动下的动力响应, 导出了类 sine-Gordon 型的运动方程. 在集结坐标 (collective coordinate) 下原控制方程可以用常微分动力系统描述, 研究系统中呼吸子的运动. 根据非线性动力学方法分析, P_N 力的幅值和频率的变化将改变双曲鞍点的位置, 并改变系统次谐分叉的阈值, 但不改变由奇阶次谐分叉通向混沌的路径. 通过实例给出了 P_N 力幅值和 P_N 力频率对细杆动力响应的详细影响过程, 可见混沌发生的区域是一个半无限区域, 并随着 P_N 力的增大而增大. P_N 力的频率对系统有类似的影响.

关键词: 集结坐标; sine-Gordon 方程; Melnikov 方法; 亚谐分叉; 混沌
中图分类号: O347.4 **文献标识码:** A

引 言

在非线性的固体力学领域, 孤立子和混沌是两个主要研究内容. sine-Gordon (SG) 方程存在孤立子解, 而受到微扰的 SG 方程在不同的扰动作用下分别会呈现出周期运动、准周期运动、混沌运动等丰富的动力响应^[1], 成为研究无穷维动力系统混沌吸引子的典型模型. 同时该方程在研究超导体中的 Josephson 结、铁磁体中的畴壁、电荷密度波系统、液氦中的自旋波等等有着广泛而重要的应用^[2], 因而在近年来受到极大的关注, 众多力学、物理及数学学者分别从理论、数值及实验各个方面积极地对受到各种微扰的 SG 系统进行探索. 由于加入扰动后难以得到其解析解, 只能以各种方法求其近似解. 集结坐标法是近年来发展起来的一种研究受微扰 SG 系统的方法, 可以研究扭结波、呼吸子等初始波形在微扰作用下的演化规律. Quintero 等人^[3]利用集结坐标法研究了无耗散和有耗散两种情况下, 微小简谐外力作用的 SG 型系统. 他们将解设为扭结波的形式, 扭结中心的位置和速度作为系统的新变量, 通过将所设的解代入

收稿日期: 2005_05-20; 修订日期: 2006-07-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10172063; 10672112); 山西省青年科学基金资助项目 (20051004); 山西省高等学校青年学术带头人基金资助项目

作者简介: 赵广慧 (1971), 女, 河北人, 博士 (联系人, Tel: + 86_351_6010560; Fax: + 86_351_6041646; E-mail: wy_zgh@yahoo.com.cn);

张年梅 (1965), 女, 江西人, 教授, 博士, 从事非线性动力学研究 (E-mail: nianmeizhang@yahoo.com.cn).

原方程得到常微分方程组,从而给出孤立波中心的运动规律 Forinash 等人^[4]和 Laurent 等人^[5]利用集结坐标法研究了位于有阻尼的直流电场中受到调谐和双调谐的脉冲外力作用的长 Josephson 结,将组成呼吸子的扭结_反扭结中心的分离作为集结坐标^[6],利用 Melnikov 方法预测了系统混沌运动的出现

本文研究计及 P_N 力和材料粘性效应的一维无限长铁质细杆,在受到沿空间均匀分布、随时间简谐变化的轴向外力扰动下的动力响应 金属材料在动力加载过程中会产生两种力学效应,即动力变形效应和热效应 在变化了的晶格中,存在晶格对变形的抵抗力,其中 Peierls-Nabarro 阻力^[7]是许多障垒中很基本也很重要的一种 根据原子结构的周期性,P_N 力具有周期曲线的特征,可以写为 $F_p = \sin(B)$,其中 B 是变形 热效应是由于温度的升高,材料中的能量会在变形中发生耗散,因此存在一个与载荷方向相反的耗散力,这个效应可以被看作是固体的粘性行为,近似表示为 $F = (\eta / t)$,其中 η 为粘性系数 当一维金属杆受到随时间简谐变化的轴向外力扰动 $F \cos(\omega t)$ 作用时,描述杆中位移波的运动微分方程为^[8]

$$u = \frac{E}{\rho} u_{xx} - \frac{1}{A} \sin(B) - \frac{1}{A} \eta u_t + \frac{F}{A} \cos(\omega t), \quad (1)$$

其中, E 为弹性模量; ρ 为杆的密度, A 为杆的断面积, F_p 、 F 、 F 分别为作用在单位长度杆上的 P_N 力、粘性力和纵向外力, ω 为外力的作用频率 取特征长度 $L = \sqrt{A}$, 特征时间 $T = \sqrt{A/E}$, 对方程进行无量纲化后可以得到

$$u_{tt} - u_{xx} + \frac{\sin(B\sqrt{A})}{E\sqrt{A}} = - \frac{\eta}{\sqrt{EA}} u_t + \frac{F}{E\sqrt{A}} \cos(\omega t) \quad (2)$$

其中的 u 、 t 、 x 、 η 均为无量纲量,将无量纲量的 η 去掉,上式可以写为

$$u_{tt} - u_{xx} + p \sin(B) = - u_t + f \cos(\omega t) \quad (3)$$

我们考虑耗散效应和外力扰动均为小量的情况,即 η 为小量, p 、 ω 、 f 分别对应于方程(2)中的各无量纲组合变量,这是受到微扰的 SG 型方程 本文将呼吸子的形状和动量作为系统的集结坐标,从而把偏微分方程(3)转化为关于集结坐标的常微分方程组 然后利用 Melnikov 方法对具有不同幅值 P_N 力的铁杆进行分析,得到系统出现横截异宿点的必要条件以及受扰系统由周期运动通往混沌运动的途径

1 集结坐标

受扰系统(3)的 Hamilton 量为

$$H(t) = H_0 + H_1, \quad (4)$$

其中

$$H_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[u_t^2 + u_x^2 + 2p(1 - \cos u) \right] dx, \quad H_1 = -f \cos \omega t \int_{-\infty}^{+\infty} dx \quad (5)$$

系统的耗散效应由耗散函数表示为

$$Q = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} u_t^2 dx \quad (6)$$

我们这里采用近可积系统的分析方法,由于外力扰动和耗散效应均为小量,因此方程(3)的解与未扰 SG 方程的呼吸子解具有相同的形式,取呼吸子的包络轮廓为扭结_反扭结对

$$(x, t) = \frac{4}{k} \arctan e^{k[x-z(t)]} + \frac{4}{k} \arctan e^{-k[x+z(t)]} - \frac{2}{k}, \quad (7a)$$

或写为

$$(x, t) = \frac{4}{\pi} \arctan \left\{ \frac{\sinh[kz(t)]}{\cosh(kx)} \right\}, \quad (7b)$$

其中 k 为表征呼吸子呼吸频率的参数, 它与呼吸频率 ω_b 的关系为

$$k = \sqrt{p - \omega_b^2} \quad (8)$$

在这里我们近似认为 k 为与时间无关的量^[9], $k = 0$ z 为依赖于时间 t 的函数, 对于扭结或反扭结波, $dz(t)/dt$ 为扭结波或反扭结波的传播速度 呼吸子模态由下式定义:

$$\sinh[kz(t)] = \frac{k}{\omega_b} \sin(\omega_b t) \quad (9)$$

将方程(9)代入(7)式即为SG方程精确的呼吸子解 定义呼吸子的集结坐标为^[6] $X = 2kz(t)$, 它能定性表示组成呼吸子的扭结_反扭结波中心的距离, 即呼吸子的宽度 定义正则坐标

$$P = \frac{4}{2k} \left[1 + \frac{X}{\sinh X} \right] X, \quad (10)$$

使得 (X, P) 为正则共轭变量 (X, P) 系统的 Hamilton 量与(4)式中的 H_0 相同, 将未扰系统的 Hamilton 量 H_0 与扰动项 H_1 用正则共轭变量表示, 并用 $V(X)$ 表示未扰情况下系统的势能 考虑到未扰SG系统为保守系统, 可得

$$H_0 = \frac{P^2}{2M(X)} + V(X) = \text{const}, \quad H_1 = -\frac{2X}{k} f \cos t, \quad (11)$$

其中势能为

$$V(X) = 2p M(X) \tanh^2 \left(\frac{X}{2} \right) + \frac{8k}{2} \left[1 - \frac{X}{\sinh X} \right] \quad (12)$$

将耗散函数用正则共轭变量表示为

$$Q = \frac{P^2}{2M(X)} \quad (13)$$

式(11)~(13)中,

$$M(X) = \frac{4}{2k} \left[1 + \frac{X}{\sinh X} \right]$$

在 (X, P) 系统下, 受扰系统的 Hamilton 运动方程为

$$\dot{X} = f_1(X, P) + g_1(X, P, t), \quad \dot{P} = f_2(X, P) + g_2(X, P, t), \quad (14)$$

其中

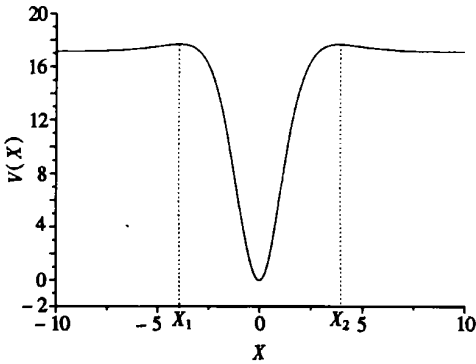
$$\begin{cases} f_1(X, P) = \frac{H_0}{P} = \frac{P}{M(X)}, & g_1(X, P, t) = \frac{H_1}{P} = 0, \\ f_2(X, P) = -\frac{H_0}{X} = \left[\frac{P^2}{2M^2(X)} - 2p \tanh^2 \left(\frac{X}{2} \right) + 2k^2 \right] \frac{dM(X)}{dX} - \\ \quad 2p M(X) \tanh \left(\frac{X}{2} \right) \text{sech}^2 \left(\frac{X}{2} \right), \\ g_2(X, P, t) = -\frac{H_1}{X} - \frac{Q}{P} = \frac{2}{k} f \cos(t) - \frac{P}{M(X)} \end{cases} \quad (15)$$

这样通过引入集结坐标, 将偏微分方程(3)转化为常微分系统(14) 下面我们以断面面积为 $A = 7.068 \text{ mm}^2$ 的铁质细杆为例, 初始条件取为呼吸频率为 $\omega_b = 0.7$ 的呼吸子, 杆的弹性模量为 $E = 211.4 \text{ GPa}$, 密度 $\rho = 7.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, 单位杆长的 P_N 力幅值为 $F = 3.37 \cdot 10^8 \text{ N/m}$, P_N 力的频率 $B = 376 \text{ m}^{-1}$, 杆的粘滞系数取为 $\eta = 4.32 \cdot 10^3 \text{ N s/m}^2$, 则无量纲的运动微分方程(3)的系数为 $p = 0.6$, 1 , 0.04 由方程(12)可以得到未扰系统的势能曲线如图 1(a) 所

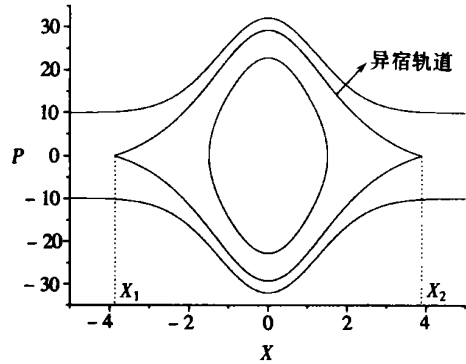
示, 可以看到未扰系统在 $-X_1 = X_2 = 3.8906$ 两点为势能的极大值点。为了判定这两个平衡点的类型, 我们研究未扰情况下的非线性方程(14) ($\epsilon = 0$), 其对应的线性系统在平衡点处的 Jacobi 行列式为

$$A = \begin{vmatrix} \frac{f_1}{X} & \frac{f_1}{P} \\ \frac{f_2}{X} & \frac{f_2}{P} \end{vmatrix}_{X=X_1(\text{或}X_2), P=0}$$

A 在两个不稳定平衡点处的特征值为 ± 0.1455 , 因此这两个平衡点都是双曲鞍点。连接两双曲鞍点的轨道为异宿轨道, 用 $(X_h(t), P_h(t))$ 表示, 它是周期轨道与非周期轨道的分界线, 如图 1(b) 所示



(a) 势能曲线



(b) 相轨迹

图 1 常微分系统(12) ($p = 0.6$) 在未扰情况下的势能曲线和相轨迹 (图中势能在 X_1 和 X_2 处为极大值)

2 Melnikov 分析

由于动力系统(14) 在未扰情况下 ($\epsilon = 0$) 为具有异宿轨道的 Hamilton 系统, 扰动项是时间 t 的周期函数, 在异宿环内部充满了一族周期轨道, 这使得我们可以利用 Melnikov 方法进行分析。对于受到微扰的动力系统(14), Melnikov 函数定义为

$$M(\epsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(X_h, P_h) g_2(X_h, P_h, t + \tau) - f_2(X_h, P_h) g_1(X_h, P_h, t + \tau) dt \tag{16}$$

将(15) 式代入上式, 可以得到

$$M(\epsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_h(t) \left[\frac{2}{k} f \cos(t + \tau) - X_h(t) \right] dt = \frac{2f}{k} (I \cos \tau - J \sin \tau) - K, \tag{17}$$

上式中的 I, J, K 分别为

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} [X_h(t) \cos t] dt, J = \int_{-\infty}^{+\infty} [X_h(t) \sin t] dt, K = \int_{-\infty}^{+\infty} X_h^2(t) dt \tag{18}$$

其中未扰系统的异宿轨道 $X_h(t)$ 可由方程(14) 在未扰 ($\epsilon = 0$) 的情况下得到。由于得不到这 3 个积分的解析解, 我们转而对未扰系统的势能(12) 式进行分析, 利用文献[10] 所提出的方法给出积分的数值结果。由 Melnikov 理论和(17) 式可知, 当外力幅值 f 与阻尼系数 k 的比值满足

$$\underline{f} \left(\frac{f}{\omega} \right)_c = \frac{kK}{2(I \cos - J \sin)_{\max}} \quad (19)$$

时, $M(\cdot)$ 将有零点, 此时异宿轨道在微扰作用下, 其稳定流形和不稳定流形会发生横截相交, 即存在横截异宿点, 从而出现 Smale 马蹄变化意义下的混沌^[11]

3 P_N 力的影响

由于退火及加工工艺的不同, 金属内阻碍晶体移动的 P_N 力也会发生变化, 由未扰 Hamilton 系统的势能(12)式和方程(14)可知, 当 P_N 力的幅值 p 或系数 k 发生变化时, 双曲鞍点的位置及相轨迹均会发生变化

铁杆在经过较为剧烈的冷加工后, P_N 力幅值会有所增加, 这样系统在未扰情况下的异宿轨道也不相同, 从而导致积分 I, J, K 发生变化, 这样出现横截异宿点的阈值条件也会发生变化

由于得不到阈值 $(f/\omega)_c$ 与 P_N 力之间关系的解析表达式, 我们通过数值计算给出不同 P_N 力作用下阈值 $(f/\omega)_c$ 随外力频率的变化

图2是 P_N 力幅值分别为 $p = 3.37 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($p = 0.6$)、 $p = 5.62 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($p = 1$)、 $p = 8.425 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($p = 1.5$)、 $p = 1.124 \times 10^9 \text{ N/m}$ ($p = 2$) 和 $p = 1.686 \times 10^9 \text{ N/m}$ ($p = 3$) 时, 出现横截异宿点的阈值 $(f/\omega)_c$ 随外力频率的变化

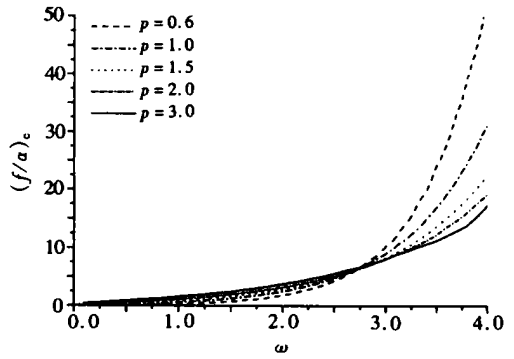


图2 不同 P_N 力幅值下 ($\omega = 1$), 阈值 $(f/\omega)_c$ 随外力频率 ω 的变化

发现混沌发生的区域是一个半无限区域, 在外力频率 ω 很小时, 阈值 $(f/\omega)_c$ 随 ω 的增大而缓慢增大, 当 ω 超过某一临界值后, 随 ω 的增大, 阈值 $(f/\omega)_c$ 迅速增大

由图2还可以看到, 在 ω 较小时, $(f/\omega)_c$ 随 P_N 力幅值的增大而增大, 而在 ω 较大时, $(f/\omega)_c$ 随 P_N 力幅值的增大而减小

由此可知, 横截异宿点的出现强烈依赖于外力频率和 P_N 力的幅值

当固定 P_N 力的幅值 p , 系数 k 发生变化, 由(8)式、势能的表达式(12)和(14)式并参阅文献[10]可以得到, 当 $p = 1$, k 分别为 0.6、1、1.5、2 和 3 时, 阈值 $(f/\omega)_c$ 随外力频率的变化曲线与图2的特性相同

4 亚谐轨道分析 通往混沌的途径

当外力扰动的幅值由小逐渐增大时, 动力系统的运动也逐渐由周期运动转化为混沌

下面通过计算受扰动力系统的次谐和超次谐 Melnikov 函数, 得到系统由周期运动通往混沌运动的途径

对于方程(14), 次谐或超次谐的 Melnikov 函数可写为

$$M^{m/n}(\cdot) = \int_0^{mT} X(t) \left[\frac{2}{k} f \cos(t + \cdot) - X(t) \right] dt = \frac{2f}{k} (I^{m/n} \cos - J^{m/n} \sin) - K^{m/n}, \quad (20)$$

其中

$$I^{m/n} = \int_0^{mT} [X(t) \cos t] dt, \quad J^{m/n} = \int_0^{mT} [X(t) \sin t] dt, \quad K^{m/n} = \int_0^{mT} [X(t)]^2 dt$$

由于得不到周期轨道 $X(t)$ 的解析式, 所以通过数值计算未扰动力系统(14) ($\omega = 0$) 给出

$I^{m/n}, J^{m/n}, K^{m/n}$ 的数值解 当 P_N 力发生变化时 (p 或 ω 变化), 未扰动力系统的周期轨道就会发生变化, 因此 $I^{m/n}, J^{m/n}, K^{m/n}$ 也会发生变化, 但数值计算发现, 对于不同的 p 或 ω 值均有

$$\begin{cases} \text{当 } n = 1 \text{ 时, } I^{m/n} = J^{m/n} = 0, & K^{m/n} \neq 0, \\ \text{当 } n = 2 \text{ 时, } I^{m/n} = 0, & J^{m/n} = 0, & \text{当 } m \text{ 为偶数时, } K^{m/n} \neq 0, \\ & & \text{当 } m \text{ 为奇数时, } K^{m/n} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

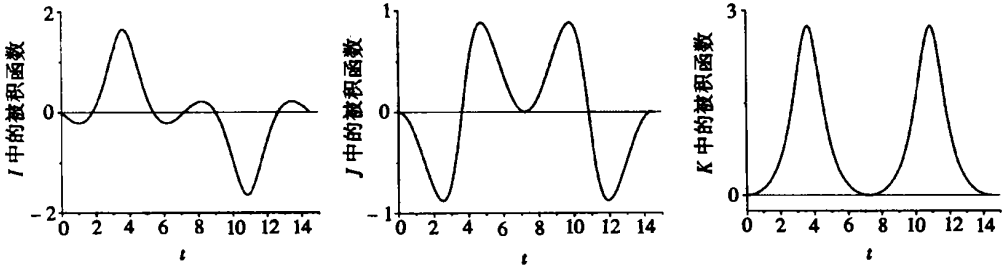


图3 $m = 2, n = 1$ 时, $I^{m/n}, J^{m/n}, K^{m/n}$ 中的被积函数随时间的变化

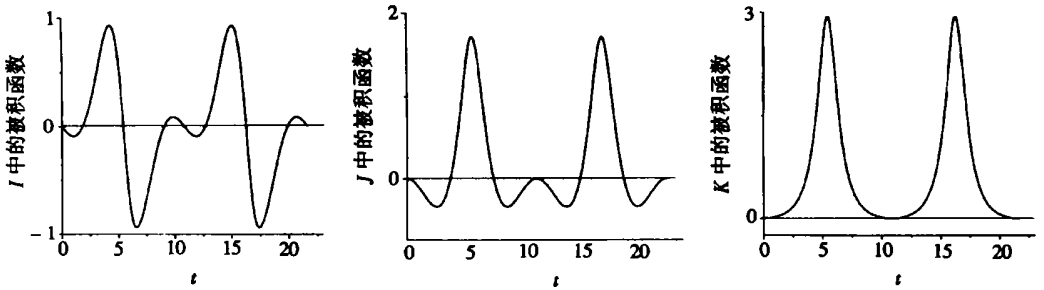


图4 $m = 3, n = 1$ 时, $I^{m/n}, J^{m/n}, K^{m/n}$ 中的被积函数随时间的变化

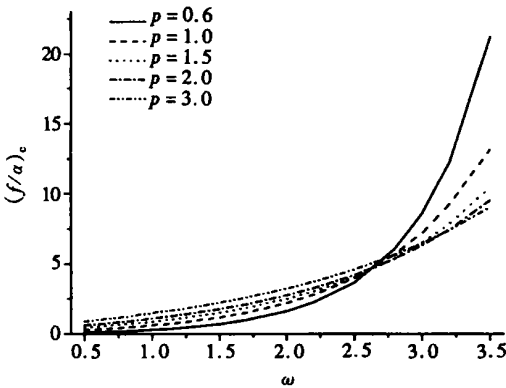


图5 不同 P_N 力幅值下 ($\omega = 1$), $m = 7$ 的亚谐轨道分叉阈值 $(f/a)_c$ 随外力频率的变化

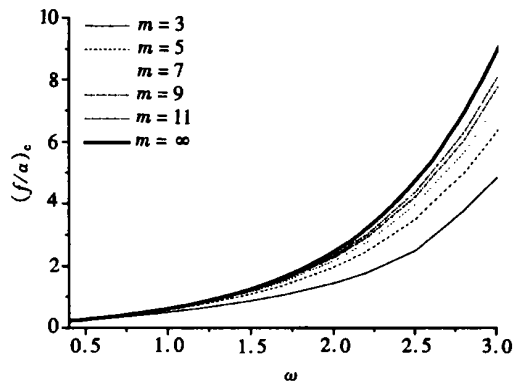


图6 $\omega = 5.62 \times 10^8 \text{ N/m} (p = 1)$ 时, $m = 3, 5, 7, 9, 11$ 阶亚谐轨道的阈值以及横截异宿点出现的阈值随外力频率的变化

图3和图4是以 P_N 力幅值 $\omega = 5.62 \times 10^8 \text{ N/m} (p = 1)$, 外力频率 $\omega = 0.87$ 为例, $m = 2$ 和 $m = 3$ 时 $I^{m/n}, J^{m/n}, K^{m/n}$ 中的被积函数随时间的变化, 图中所取时段的长度为 $T = 2m / \omega$ 从图上可以看到, $m = 2$ 时 $I^{2/1}$ 和 $J^{2/1}$ 中的被积函数随时间 t 的变化曲线与纵坐标为零的直线所围面积正、负抵消, 所以 $I^{2/1} = J^{2/1} = 0$, 而 $K^{2/1} \neq 0$; 同样 $m = 3$ 时, $I^{3/1} = 0, J^{3/1}$

$0, K^{3/1} \quad 0$

由(21)和(20)式可知,当 $n = 1$ 或 m 为偶数时, $M^{m/n}(\cdot) = 0$, 所以未发现受扰系统存在超次谐和偶阶次谐分叉轨道; 当 $n = 1$ 且 m 为奇数时, 次谐 Melnikov 函数存在简单零点的条件为

$$\underline{f} \left(\underline{f} \right)_c = \frac{kK^{m/1}}{2 J^{m/1}}, \quad (22)$$

从而发现受扰系统存在奇阶次谐分叉轨道, 受扰系统可以通过奇阶亚谐分叉的途径由周期运动通往混沌

由于 P_N 力的幅值和频率会影响动力系统(14)在未扰情况下的周期轨道, 所以次谐分叉的阈值也会受到 P_N 力的影响, 图 5 给出了 $\omega = 1$ 时, 不同幅值的 P_N 力 ($p = 0.6, 1, 1.5, 2, 3$) 作用下, $m = 7$ 的 7 阶亚谐分叉阈值 $(f/\omega)_c$ 随简谐外力频率 ω 的变化规律, 与出现横截异宿点的阈值变化规律(图 2)类同。同样, 当固定 P_N 力的幅值 $p = 1$ 而令 ω 变化时, 7 阶亚谐分叉的阈值随外力频率 ω 的变化与图 5 一致

随着 (f/ω) 由小变大, 系统产生 Smale 马蹄变换之前要经过一系列奇阶亚谐分叉。以 P_N 力幅值 $p = 5.62 \times 10^8 \text{ N/m}$ ($p = 1$) 为例, 通过数值计算得到 $m = 3, 5, 7, 9, 11$ 阶亚谐分叉的阈值随外力频率的变化如图 6 所示, 图中同时画出出现横截异宿点的阈值随外力频率的变化。可以看到, 当 m 增大时, 亚谐轨道的阈值逐渐趋近于产生 Smale 马蹄变换的阈值

5 结 论

金属杆件在动力加载过程中产生移动, 就必须克服晶体对变形的抵抗力, P_N 阻力是很基本也很重要的一种, 它具有周期特征。同时材料中的能量会在变形中发生耗散。本文正是研究计入 P_N 力效应及材料粘性效应的一维金属杆, 在沿空间单峰分布的初始位移及简谐外力场作用下的动力响应。描述杆中位移波传播的运动微分方程无量纲化后成为受到微扰的 sine-Gordon 型方程。采用集结坐标法, 把表示组成呼吸子模态的扭结/反扭结中心的空间分离的量作为系统的新变量——集结坐标, 从而将偏微分系统近似为沿空间平均的常微分系统。通过 Melnikov 方法得到不同幅值的 P_N 力作用下, 系统出现横截异宿点的阈值条件 $(f/\omega)_c$, 发现系统发生混沌运动的区域是一个半无限区域, 而且混沌的阈值强烈地受到 P_N 力的幅值、 P_N 力的频率及外力频率的影响: $(f/\omega)_c$ 随外力频率的增大而增大; 在外力频率较小时, $(f/\omega)_c$ 随 P_N 力幅值(或 P_N 力的频率)的增大而增大, 而在外力频率较大时, $(f/\omega)_c$ 随 P_N 力幅值(或 P_N 力的频率)的增大而减小

通过计算受扰系统的次谐和超次谐 Melnikov 函数, 未发现受扰系统存在超次谐及偶阶次谐的分叉轨道, 当 $(f/\omega)_c$ 逐渐增大时, 受扰系统产生 Smale 马蹄变换之前要经过一系列的奇阶次谐分叉, 当次谐解的周期趋于无穷时, 产生次谐解的阈值条件就逐渐堆积在产生 Smale 马蹄变换的阈值#

[参 考 文 献]

- [1] 赵广慧, 张年梅, 杨桂通. 考虑耗散效应的金属杆受扰动后的非线性动力学现象分析[J]. 应用数学和力学, 2005, 26(2): 130-136.
- [2] Kivshar Y S, Malomed B A. Dynamics of solitons in nearly integrable systems[J]. Rev Mod Phys, 1989, 61: 763-916.
- [3] Quintero N R, Sanchez A. DC motion of ac driven SG solitons[J]. Physics Letters A, 1998, 247:

- 161–166.
- [4] Forinash K, Willis C R. Nonlinear response of the SG breather to an ac driver[J]. *Physica D*, 2001, 149: 95–106.
- [5] Laurent Nana, Timol on C Kofan, Ernest Kaptouom. Subharmonic and homoclinic bifurcations in the driven and damped SG system[J]. *Physica D*, 1999, 134: 61–74.
- [6] Matsuda T. A variational analysis of the collision of solitary solutions[J]. *Lett Nuovo Ciment o*, 1979, 24(7): 207–212.
- [7] Meyers M A, Chawla K K. *Mechanical Metallurgy* [M]. New Jersey: Prentice Hall, Inc, 1984.
- [8] SHU Xue_feng, YANG Gui_tong. The influence of material properties on dynamic behavior of structures[A]. In: Senoo M, Ed. *Proceedings of IMMM*. 97[C]. Kamihama: Mie University Press, 1997, 279–284.
- [9] Bishop A B, Lomdahl P S. Nonlinear dynamics in driven, damped sine_Gordon systems[J]. *Physica D*, 1986, 18: 54–66.
- [10] Cicogna G. A theoretical prediction of the threshold for chaos in a Josephson junction[J]. *Physics Letters A*, 1987, 121(8/9): 403–406.
- [11] ZHANG Nian_mei, YANG Gui_tong. Solitary waves and chaos in nonlinear visco_elastic rod[J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2003, 22(6): 917–923.

A n a l y s i s o f B r e a t h e r S t a t e i n T h i n B a r b y
U s i n g C o l l e c t i v e C o o r d i n a t e

ZHAO Guang_hui¹, ZHANG Nian_mei², YANG Gui_tong²
(1. Mechatronics Engineering College, Southwest Petroleum University,
Chengdu 610500, P. R. China;
2. Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology,
Taiyuan 030024, P. R. China

Abstract: Considering Peierls_Nabarro (P_N force and viscous effect of material, the dynamic behavior of one_dimensional infinite metallic thin bar subjected to axially periodic load was investigated. Governing equation, which was sine_Gordon type equation, was derived. By means of collective-coordinates, the partial equation could be reduced into ordinary differential dynamical system to describe motion of breather. Nonlinear dynamic analysis shows that the amplitude and frequency of P_N force would influence positions of hyperbolic saddle points and change subharmonic bifurcation point, while the path to chaos through odd subharmonic bifurcations remains. Several examples were taken to indicate the effects of amplitude and period of P_N force on the dynamical response of the bar. The simulation states that the area of chaos is half_infinite. This area increases along with enhancement of the amplitude of P_N force. And the frequency of P_N force has similar influence on the system.

Key words: collective coordinate; sine_Grdon equation; Melnikov method; subharmonic bifurcation; chaos