文章编号: 1000_0887(2007) 01_0085_07 c 应用数学和力学编委会, ISSN 1000_0887

Banach 空间中广义集值拟变分包含的灵敏性分析*

曾六川[1], 姚任之[2]

(1. 上海师范大学 数学系, 上海 200234;
2. 台湾中山大学 应用数学系, 台湾 高雄 804)

(协平推荐)

摘要: 研究了 Banach 空间中一类广义集值拟变分包含问题的灵敏性分析· 利用预解算子的技巧, 在对给定条件没有假设可微性和单调性下, 建立了这类问题与广义预解方程类的等价性·

关 键 词: 广义集值拟变分包含; 广义预解方程; 灵敏性分析; Lipschitz 连续算子; Banach 空间

中图分类号: O177.91 文献标识码: A

引 言

设 E 是一实 Banach 空间, 其范数为 $\|\cdot\|$, E^* 是 E 的拓扑对偶空间, 且 $\langle\cdot,\cdot\rangle$ 是 E 与 E^* 之间的广义对偶对· 设 2^E 与 $CB(E)$ 分别表 E 的所有非空子集族与 E 的所有非空有界闭子集族· $D(A)$ 表 A 的定义域, $J: E \to 2^{E^*}$ 是定义如下的正规对偶映象

$$J(x) = \left\{f \in E^*: \langle x, f\rangle = \|x\|\cdot\|f\|,\ \|f\| = \|x\|\right\}, \qquad \forall x \in E\cdot$$

定义 1[1]231_232 集值映象 $A: D(A) \subset E \to 2^E$ 称为

1) 增生算子, 若对任意 $x, y \in D(A)$, 存在 $j(x-y) \in J(x-y)$, 使得对一切 $u \in Ax$ 与 $v \in Ay$, 有 $\langle u-v, j(x-y)\rangle \geqslant 0$;

2) 具常数 $k > 0$ 的强增生算子, 若对任意 $x, y \in D(A)$, 存在 $j(x-y) \in J(x-y)$, 使得对一切 $u \in Ax$ 与 $v \in Ay$, 有 $\langle u-v, j(x-y)\rangle \geqslant k\|x-y\|^2$;

3) m_增生算子, 若 A 是增生映象, 且对每个 $\rho > 0$, $(I+\rho A)(D(A)) = E$(等价地, 若 A 是增生映象, 且 $(I+A)(D(A)) = E$)·

设 T、V、$P: E \to CB(E)$ 是 3 个集值算子, $g: E \to E$ 是一单值算子, 且 $A(\cdot,\cdot): E\times E \to$

* 收稿日期: 2005_04_26; 修订日期: 2006_10_12

基金项目: 教育部高等学校优秀青年教师教学和科研奖励基金资助项目(0705); 上海市曙光计划资助项目(BL200404); 上海市重点学科建设资助项目(T0401)

作者简介: 曾六川(1965—), 男, 湖南邵东人, 教授, 博士, 博士生导师(联系人. E_mail: zenglc@hotmail.com);

姚任之(1959—), 男, 湖南邵阳人, 教授, 博士, 博士生导师(E_mail: yaojc@math.nsysu.edu.tw)·

2^E 关于第一变量是一 m_增生算子• 给定非线性算子 $N(\cdot,\cdot):E\times E\to E$, 考虑广义集值拟变分包含问题: 寻求 $u\in E, w\in T(u), y\in V(u), q\in P(u)$ 使得

$$0\in N(w,y)+A(g(u),q)\bullet \tag{1}$$

适当地选取算子 T、V、P、g、A 与 N, 若干先前被许多作者研究过的熟知的变分包含类与拟变分包含类皆可作为问题(1)的特例而得到; 见文献[2]至文献[9]等•

定义 2[2,3] 设 $A:D(A)\subset E\to 2^E$ 是一 m_增生算子• 对任意 $\rho>0$, 定义为 $J_A(u)=(I+\rho A)^{-1}(u)$, $\forall u\in D(A)$ 的映象 $J_A:E\to D(A)$ 称为 A 的预解算子, 其中 I 是 E 上的恒等映象, A 的逆算子是定义为 $A^{-1}(y)=\{x:y\in Ax\}$ 的集值逆•

回顾到[2,3], 预解算子 J_A 是单值的非扩张映象, 其定义域是全空间 E• 设 $A(\cdot,\cdot):E\times E\to 2^E$ 关于第一变量是一 m_增生算子• 相关于问题(1), 考虑问题: 寻求 $z,u\in E, w\in T(u), y\in V(u), q\in P(u)$ 使得

$$N(w,y)+\rho^{-1}R_{A(q)}(z)=0, \tag{2}$$

其中, $\rho>0$ 是正常数,

$$R_{A(q)}=I-J_{A(q)}, \tag{3}$$

且 $A(\cdot,q)=A(q)$ 的广义预解算子

$$J_{A(q)}(u)=(I+\rho A(q))^{-1}(u),\qquad \forall u\in E\bullet \tag{4}$$

方程(2)称为广义预解方程•

本文将研究问题(1)与方程(2)的参数形式, 并建立参数广义集值拟变分包含问题与参数广义预解方程之间的等价性• 设 Ω 是 E 的一开子集, 参数 λ 取值于 Ω• 设 T、V、$P:E\times\Omega\to 2^E$ 是 3 个集值映象, $g:E\times\Omega\to E$ 是一单值映象, $A:E\times E\times\Omega\to 2^E$ 关于第一变量是 m_增生算子• 后面, 将使用下列符号

$$\begin{cases} g_\lambda(u)=g(u,\lambda),\ A(\cdot,q,\lambda)=A_{\lambda(q)},\\ w_\lambda(u)=w(u,\lambda),\ y_\lambda(u)=y(u,\lambda),\ q_\lambda(u)=q(u,\lambda)\bullet \end{cases} \tag{5}$$

参数广义集值拟变分包含问题即是, 寻求 $u\in E, w_\lambda(u)\in T_\lambda(u), y_\lambda(u)\in V_\lambda(u)$ 及 $q_\lambda(u)\in P_\lambda(u)$, 使得

$$0\in N(w_\lambda(u),y_\lambda(u))+A_{\lambda(q_\lambda(u))}(g_\lambda(u))\bullet \tag{6}$$

我们也假设, 对某个 $\lambda\in\Omega$, 问题(6)有唯一解 u•

关于参数广义集值拟变分包含(6)式, 考虑参数广义预解方程; 即, 寻求 $z,u\in E, w_\lambda(u)\in T_\lambda(u), y_\lambda(u)\in V_\lambda(u)$ 及 $q_\lambda(u)\in P_\lambda(u)$, 使得

$$N(w_\lambda(u),y_\lambda(u))+\rho^{-1}R_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z)=0, \tag{7}$$

其中, $\rho>0$ 是正常数, $J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z)$ 与 $R_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z)$ 定义在 (z,λ)(其中 $\lambda\in\Omega$) 之集上, 且取值于 E 中• 方程(7)称为参数广义预解方程• 假设, 对某个 $\lambda\in\Omega$, 方程(7)有解 z, 且 X 是 E 的中心在 z 的闭球• 想要研究那些条件, 即在那些条件下, 对 λ 的邻域中的每个 λ, 方程(7)在 z 附近有唯一解 $z(\lambda)$, 且函数 $z(\lambda)$ 是连续(Lipschitz 连续)和可微的•

1 预备知识

建立问题(6)与方程(7)之间的等价性•

引理 1.1 $(u, w_\lambda(u), y_\lambda(u), q_\lambda(u))$（其中 $u \in E, w_\lambda(u) \in T_\lambda(u), y_\lambda(u) \in V_\lambda(u), q_\lambda(u) \in P_\lambda(u)$），是问题(6) 的解，当且仅当$(u, w_\lambda(u), y_\lambda(u), q_\lambda(u))$ 是下列方程的解

$$g_\lambda(u) = J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}[g_\lambda(u) - \rho N(w_\lambda(u), y_\lambda(u))], \tag{8}$$

其中，$\rho > 0$ 是正常数，且 $J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}} = (I + \rho A_{\lambda(q_\lambda(u))})^{-1}$.

证明 类似于 Salahuddin 的引理 2.1[7] 的证明.

定理 1.1(等价性定理) 参数广义集值拟变分包含(6) 式有解 $(u, w_\lambda(u), y_\lambda(u), q_\lambda(u))$（其中，$u \in E, w_\lambda(u) \in T_\lambda(u), y_\lambda(u) \in V_\lambda(u), q_\lambda(u) \in P_\lambda(u)$），当且仅当参数广义预解方程(7) 有解$(u, z, w_\lambda(u), y_\lambda(u), q_\lambda(u))$，其中，$u, z \in E, w_\lambda(u) \in T_\lambda(u), y_\lambda(u) \in V_\lambda(u)$ 及 $q_\lambda(u) \in P_\lambda(u)$，满足关系式

$$\begin{cases} g_\lambda(u) = J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z), \\ z = g_\lambda(u) - \rho N(w_\lambda(u), y_\lambda(u)). \end{cases} \tag{9}$$

证明 类似于 Salahuddin 的定理 2.1[7] 的证明.

据定理1.1得知，问题(6) 与方程(7) 等价.

2 主要结果

考虑方程(7) 的解是 X 的内点的情况. 考虑映象

$$G_\lambda(z) = \begin{cases} J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z) - \rho N(w_\lambda(u), y_\lambda(u)), & \forall (z, \lambda) \in X \times \Omega, \\ g_\lambda(u) - \rho N(w_\lambda(u), y_\lambda(u)), \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$g_\lambda(u) = J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(z). \tag{11}$$

将证，映象 $G_\lambda(z)$ 有不动点，即是方程(7) 的解. 先证，由(10) 式定义的映象 $G_\lambda(z)$ 关于 z 是一致地依 $\lambda \in \Omega$ 的压缩映象.

最近，Liu 与 Li 的定理 3.1[6] 指出，Lipschitz 连续的集值算子不能是单调的，除非 这样的算子是单值的. 基于这一结论，我们因此用了一组假设，不同于 Salahuddin 的引理 3.1[7] 中的那些假设，但却类似于 Liu 与 Li 的定理 3.2[6] 中用过那些假设，来建立我们的结果. 在本文的剩余部分，将用 $M(\cdot, \cdot)$ 表 Hausdorff 距离.

定义 2.1 1) 对一切 $u_1, u_2 \in X$, $\lambda \in \Omega$，算子 $N(\cdot, \cdot)$ 称为关于第一变量局部 M_可控制的，若存在常数 $\beta > 0$ 使得

$$\| N(w_\lambda(u_1), \cdot) - N(w_\lambda(u_2), \cdot) \| \leqslant \beta M(T_\lambda(u_1), T_\lambda(u_2)),$$
$$\forall w_\lambda(u_i) \in T_\lambda(u_i), \quad i = 1, 2;$$

2) 对一切 $u_1, u_2 \in X$, $\lambda \in \Omega$，算子 $N(\cdot, \cdot)$ 称为关于第二变量局部 M_可控制的，若存在常数 $\eta > 0$ 使得

$$\| N(\cdot, y_\lambda(u_1)) - N(\cdot, y_\lambda(u_2)) \| \leqslant \eta M(V_\lambda(u_1), V_\lambda(u_2)),$$
$$\forall y_\lambda(u_i) \in V_\lambda(u_i), \quad i = 1, 2.$$

定义 2.2 一集值算子 $T: E \times \Omega \to 2^E$ 称为局部M_Lipschitz 连续的，若存在常数 $\mu > 0$ 使得 $M(T_\lambda(u), T_\lambda(v)) \leqslant \mu \| u - v \|$, $\forall u, v \in X$, $\lambda \in \Omega$.

定义 2.3　一单值算子 $g: E\times\Omega\to E$ 称为局部 Lipschitz 连续的, 若存在常数 $\delta>0$ 使得 $\|g_\lambda(u)-g_\lambda(v)\|\leqslant\delta\|u-v\|,\ \forall u,v\in X,\ \lambda\in\Omega$.

假设 2.1　对一切 $u、v、w\in E,\ \lambda\in\Omega$, 算子 $J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}$ 满足条件 $\|J_{A_{\lambda(q_\lambda(u))}}(w)-J_{A_{\lambda(q_\lambda(v))}}(w)\|\leqslant\gamma\|u-v\|$, 其中 $\gamma>0$ 是常数.

引理 2.1　设算子 $N(\cdot,\cdot)$ 关于第一变量是局部 M_可控制的, 具常数 $\beta>0$; 又设单值算子 $g: E\times\Omega\to E$ 是局部 Lipschitz 连续的, 具常数 $\delta>0$, 使得映象 $(u,\lambda)\mapsto(I-g_\lambda)(u)$ 是局部 Lipschitz 连续的, 具常数 $\kappa>0$. 假设算子 $N(\cdot,\cdot)$ 关于第二变量是局部 M_可控制的, 具常数 $\eta>0$; $V,T: E\times\Omega\to 2^E$ 是局部 M_Lipschitz 连续的, 分别具常数 $\xi>0$ 与 $\mu>0$. 如果假设 2.1 成立, 且还有附加假设成立, 即对某个满足 $\nu\leqslant 1+\beta\mu$ 的常数 ν,

$$\|u-v-(N(w_\lambda(u),\cdot)-N(w_\lambda(v),\cdot))\|\leqslant\nu\|u-v\|,\quad \forall u,v\in X,\ \lambda\in\Omega,\tag{*}$$

则对一切 $z_1,z_2\in X$ 及 $\lambda\in\Omega$, 有

$$\|G_\lambda(z_1)-G_\lambda(z_2)\|\leqslant\theta\|z_1-z_2\|,$$

其中, $\theta=(\kappa+|1-\rho|+\rho(\nu+\eta\xi))/(1-\gamma-\kappa)<1$, 对 $\rho\eta\xi<1-2\kappa-\gamma$; 特别地, 当 $\rho<1$ 时, 有 ρ 值的精确范围如下

$$\frac{\gamma+2\kappa}{1-\nu-\eta\xi}<\rho<1,\ \text{当}\ \rho\eta\xi<1-2\kappa-\gamma.$$

注 2.1　在引理 2.1 中, 常数 ν 取值于 $\nu_0\leqslant\nu\leqslant 1+\beta\mu$, 其中,

$$\nu_0=\inf\{c: \|u-v-(N(w_\lambda(u),\cdot)-N(w_\lambda(v),\cdot))\|\leqslant c\|u-v\|,\ \forall u,v\in X,\lambda\in\Omega\}.$$

引理 2.1 的证明　对一切 $z_1,z_2\in X,\ \lambda\in\Omega$, 由(10)式即有

$$\begin{aligned}&\|G_\lambda(z_1)-G_\lambda(z_2)\|=\\&\quad\|g_\lambda(u_1)-g_\lambda(u_2)-\rho\{N(w_\lambda(u_1),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_2))\}\|\leqslant\\&\quad\|u_1-u_2-(g_\lambda(u_1)-g_\lambda(u_2))\|+\\&\quad\|u_1-u_2-\rho\{N(w_\lambda(u_1),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1))\}\|+\\&\quad\rho\|N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_2))\|.\end{aligned}\tag{12}$$

由于映象 $(u,\lambda)\mapsto(I-g_\lambda)(u)$ 是局部 Lipschitz 连续的, 具常数 $\kappa>0$, 故有

$$\begin{aligned}&\|u_1-u_2-(g_\lambda(u_1)-g_\lambda(u_2))\|=\\&\quad\|(I-g_\lambda)(u_1)-(I-g_\lambda)(u_2)\|\leqslant\kappa\|u_1-u_2\|.\end{aligned}\tag{13}$$

利用算子 $N(\cdot,\cdot)$ 关于第二变量的局部 M_可控制性及 V 的局部 M_Lipschitz 连续性, 有

$$\begin{aligned}&\|N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_2))\|\leqslant\\&\quad\eta M(V_\lambda(u_1),V_\lambda(u_2))\leqslant\eta\xi\|u_1-u_2\|.\end{aligned}\tag{14}$$

因为还成立附加假设(*), 故有

$$\begin{aligned}&\|u_1-u_2-\rho\{N(w_\lambda(u_1),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1))\}\|=\\&\quad\|(1-\rho)(u_1-u_2)+\rho\{u_1-u_2-(N(w_\lambda(u_1),y_\lambda(u_1))-\\&\quad N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1)))\}\|\leqslant\\&\quad|1-\rho|\ \|u_1-u_2\|+\rho\|u_1-u_2-\\&\quad(N(w_\lambda(u_1),y_\lambda(u_1))-N(w_\lambda(u_2),y_\lambda(u_1)))\|\leqslant\\&\quad(|1-\rho|+\rho\nu)\|u_1-u_2\|.\end{aligned}\tag{15}$$

合并(12)式至(15)式, 有

$$\| G_\lambda(z_1) - G_\lambda(z_2) \| \leqslant (\kappa + | 1 - \rho | + \rho\nu + \rho\eta\xi) \| u_1 - u_2 \| \cdot \tag{16}$$

又据(11)式得知

$$\begin{aligned} \| u_1 - u_2 \| = & \| u_1 - u_2 - (g_\lambda(u_1) - g_\lambda(u_2)) + J_{A_{\lambda(q_1)}}(z_1) - J_{A_{\lambda(q_2)}}(z_2) \| \leqslant \\ & \| u_1 - u_2 - (g_\lambda(u_1) - g_\lambda(u_2)) \| + \| J_{A_{\lambda(q_1)}}(z_1) - J_{A_{\lambda(q_2)}}(z_1) \| + \\ & \| J_{A_{\lambda(q_2)}}(z_1) - J_{A_{\lambda(q_2)}}(z_2) \| \leqslant \\ & \kappa \| u_1 - u_2 \| + \gamma \| u_1 - u_2 \| + \| z_1 - z_2 \|, \end{aligned}$$

其中, $q_1 = q_\lambda(u_1)$, 且 $q_2 = q_\lambda(u_2)$• 于是, 推得

$$\| u_1 - u_2 \| \leqslant \frac{1}{1 - \gamma - \kappa} \| z_1 - z_2 \| \cdot \tag{17}$$

合并(16)式与(17)式, 即有

$$\| G_\lambda(z_1) - G_\lambda(z_2) \| \leqslant \frac{\kappa + | 1 - \rho | + \rho\nu + \rho\eta\xi}{1 - \gamma - \kappa} \| z_1 - z_2 \| \leqslant \theta \| z_1 - z_2 \|, \tag{18}$$

其中 $\theta = (\kappa + | 1 - \rho | + \rho(\nu + \eta\xi))/(1 - \gamma - \kappa) < 1$• 因而, 由(10)式定义的映象 $G_\lambda(z)$ 是一压缩映象, 从而, 它有不动点 $z(\lambda)$, 即是方程(7)的解•

据上述引理得知, 由(10)式定义的映象 $G_\lambda(z)$ 有唯一不动点 $z(\lambda)$, 即, $z(\lambda) = G_\lambda(z)$• 而且, 函数 z 对 $\lambda = \lambda$ 是方程(7)的解• 又由引理 2.1 得知, z 对 $\lambda = \lambda$ 是 $G_\lambda(z)$ 的不动点, 且它是 $G_\lambda(z)$ 的不动点• 所以, 推得

$$z(\lambda) = z = G_\lambda(z(\lambda)) \cdot \tag{19}$$

现在我们证明, 方程(7)的解映象 $z(\lambda)$ 在 λ 处是连续的(Lipschitz 连续的)•

引理 2.2 如果算子 $N(\cdot, \cdot)$, g、T、V 及 P 如同在引理 2.1 中一样, 则满足方程(7)的函数 $z(\lambda)$ 在 $\lambda = \lambda$ 处是连续的(或 Lipschitz 连续的)•

证明 固定 $\lambda \in \Omega$, 则利用三角不等式和引理 2.1, 有

$$\begin{aligned} \| z(\lambda) - z(\lambda) \| = & \| G_\lambda(z(\lambda)) - G_\lambda(z(\lambda)) \| \leqslant \\ & \| G_\lambda(z(\lambda)) - G_\lambda(z(\lambda)) \| + \| G_\lambda(z(\lambda)) - G_\lambda(z(\lambda)) \| \leqslant \\ & \theta \| z(\lambda) - z(\lambda) \| + \| G_\lambda(z(\lambda)) - G_\lambda(z(\lambda)) \| \cdot \end{aligned} \tag{20}$$

据(10)式即有

$$\begin{aligned} & \| G_\lambda(z(\lambda)) - G_\lambda(z(\lambda)) \| \leqslant \\ & \| g_\lambda(u(\lambda)) - g_\lambda(u(\lambda)) \| + \\ & \rho \| N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) - N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) \| \leqslant \\ & \| g_\lambda(u(\lambda)) - g_\lambda(u(\lambda)) \| + \\ & \rho \| N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) - N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) \| + \\ & \rho \| N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) - N(w_\lambda(u(\lambda)), y_\lambda(u(\lambda))) \| \leqslant \\ & \delta \| \lambda - \lambda \| + \rho\beta\mu \| \lambda - \lambda \| + \rho\eta\xi \| \lambda - \lambda \| \leqslant \\ & [\delta + \rho(\beta\mu + \eta\xi)] \| \lambda - \lambda \| \cdot \end{aligned} \tag{21}$$

合并(20)式与(21)式, 有

$$\| z(\lambda) - z(\lambda) \| \leqslant \frac{\delta + \rho(\beta\mu + \eta\xi)}{1 - \theta} \| \lambda - \lambda \|, \qquad \forall \lambda, \lambda \in \Omega \cdot$$

证毕•

运用 Dafermos 的技巧[10]，可证，存在 $\bar\lambda$ 的一邻域 $U\subset\Omega$，使得对 $\lambda\in\Omega$，$z(\lambda)$ 是方程(7)在 X 内部的唯一解•

定理 2.1 设 u 是参数广义集值拟变分包含(6)的解，z 是对 $\lambda=\bar\lambda$ 的参数广义预解方程(7)的解• 设算子 $N(\cdot,\cdot)$ 关于第一变量是局部 M_可控制的，具常数 $\beta>0$；设单值算子 $g:E\times\Omega\to E$ 是局部 Lipschitz 连续的，具常数 $\delta>0$，使得映象 $(u,\lambda)\mapsto(I-g_\lambda)(u)$ 是局部 Lipschitz 连续的，具常数 $\kappa>0$；设算子 $N(\cdot,\cdot)$ 关于第二变量是局部 M_可控制的，具常数 $\eta>0$，且 $T,V:E\times\Omega\to 2^E$ 是局部 M_Lipschitz 连续的，分别具常数 $\xi>0$ 和 $\mu>0$• 如果假设 2.1 成立，且还有附加假设成立，即对某个满足 $\nu\leqslant 1+\beta\mu$ 的常数 ν，

$$\| u-v-(N(w_\lambda(u),\cdot)-N(w_\lambda(v),\cdot))\|\leqslant\nu\| u-v\|,$$
$$\forall u,v\in X,\ \lambda\in\Omega,\tag{*}$$

而且，如果映象

$$\lambda\mapsto J_{A_{\chi_{q_\chi(u)}}}(z),$$

在 $\lambda=\bar\lambda$ 处是连续的(或 Lipschitz 连续的)，则存在 $\bar\lambda$ 的一邻域 $U\subset\Omega$，使得对 $\lambda\in U$，参数广义预解方程(7)在 X 的内部有唯一解 $z(\lambda)$，$z(\bar\lambda)=z$，且 $z(\lambda)$ 在 $\lambda=\bar\lambda$ 处是连续的(或 Lipschitz 连续的)•

注 2.2 当 $E=H$ 时，如定理 2.1 中所定义的函数 $z(\lambda)$ 在 $\bar\lambda$ 的某个邻域 U 上是连续可微的• 对此种情况，见文献[10]•

[参 考 文 献]

[1] Jung J S, Morales C H. The Mann process for perturbed m_accretive operators in Banach spaces[J]. Nonlinear Analysis, 2001, **46**(2): 231_243.

[2] Chang S S. Fuzzy quasivariational inclusions in Banach spaces[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, **145**(2/3): 805_819.

[3] Chang S S, Cho Y J, Lee B S, et al. Generalized set_valued variational inclusions in Banach spaces[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2000, **246**(2): 409_422.

[4] Hassouni A, Moudafi A. A perturbed algorithm for variational inclusions[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1994, **185**(3): 706_712.

[5] 曾六川. 广义非线性集值混合拟变分包含的扰动近似点算法[J]. 数学学报, 2004, **47**(1): 11_18.

[6] Liu L W, Li Y Q. On generalized set_valued variational inclusions[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2001, **261**(1): 231_240.

[7] Salahuddin. Parametric generalized set_valued variational inclusions and resolvent equations[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2004, **298**(1): 146_156.

[8] Schaible S, YAO Jen_chih, ZENG Lu_chuan. On the convergence analysis of an iterative algorithm for generalized set_valued variational inclusions[J]. Journal of Nonlinear and Convex Analysis, 2004, **5**(3): 361_368.

[9] ZENG Lu_chuan. On the convergence analysis of algorithms for generalized set-valued variational inclusions in Banach spaces[J]. Journal of System Sciences and Complexity, 2004, **17**(1): 64_74.

[10] Dafermos S. Sensitivity analysis in variational inequalities[J]. Mathematics of Operations Research, 1988, **13**: 421_434.

Sensitivity Analysis of Generalized Set_Valued Quasi_Variational Inclusion in Banach Spaces

ZENG Lu_chuan[1], YAO Jen_chih[2]

(1. Department of Mathematics, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, P. R. China;

2. Department of Applied Mathematics, National Sun Yat_sen University, Kaohsiung, Taiwan 804, China)

Abstract: The sensitivity analysis for a class of generalized set_valued quasi_variational inclusion problems is investigated in the setting of Banach spaces. Equivalence of these problems to the class of generalized resolvent equations by using the resolvent operator technique without assuming the differentiability and monotonicity of the given data is established.

Key words: generalized set_valued quasi_variational inclusion; generalized resolvent equation; sensitivity analysis; Lipschitz continuous operator; Banach space