

具有初应力的 1-3 型压电复合材料的 横向共振分析*

张红艳^{1,2}, 沈亚鹏², 尹冠生¹

(1. 长安大学 理学院 工程力学系, 西安 710064;
2. 西安交通大学 航天航空学院, 西安 710049)

(本刊编委沈亚鹏来稿)

摘要: 1-3 型压电复合材料在极化处理过程中会出现极化残余应力, 基于线性压电理论, 采用解析方法研究了极化残余应力对 1-3 型压电复合材料的横向共振模式的影响. 首先建立含有初始应力的平面波波动方程, 基于 Bloch 波函数理论构建了位移和电势函数, 从而最终得到方程的解. 数值结果表明初始残余应力的出现降低了复合材料的横向振动频率, 而材料的压电性则使得横向振动频率提高. 初始剪应力对横向振动的频率影响较小, 可以忽略. 第一阶及第二阶振动频率将随着初始应力的大小呈线性变化. 得出的结论对超声换能器的制作和研究将提供有意义的指导作用.

关键词: 横向共振; 1-3 型压电复合材料; 初始应力

中图分类号: O346 **文献标识码:** A

引 言

近年来, 压电复合材料特别是 1-3 型压电柱复合材料在超声医疗诊断和材料、结构的非损伤检测^[1]等方面得到了广泛应用. 这种复合材料通常由平行排列的压电柱和基体材料构成, 具有比压电材料更为复杂的力学特性. 该材料除了拥有典型的振动模式(厚度方向的振动模式和平面振动模式)之外, 还有与两相周期结构有关的横向共振模式, 并引起寄生振荡. 当工作频率提高时, 这些横向共振模式将和发送并接收超声波的厚度振动模式相耦合, 因而是提高换能器工作效率的关键因素.

Gururaja 等^[2]首先发现了周期结构中 Lamb 波的 Bragg 衍射所引起的寄生共振模式. Gomez 等^[3]采用实验手段分析了基体刚度、阻抗和衰减系数等因素对 1-3 型压电复合材料横向振动模式的影响. Auld 和 Wang^[4]采用解析法分析了有限厚度 3-D 周期结构中的横向振动, Wang^[5]运用 Floquet 理论分析了该结构的 Lamb 波的传播问题. 但以上的方法计算比较繁琐, 人们希望提出更加简单、方便应用的计算模型. Certon 等^[6-7]人根据 Bloch 波函数理论采用解

* 收稿日期: 2006-06-13; 修订日期: 2007-05-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90205030; 10472088)

作者简介: 张红艳(1980—), 女, 河北邢台人, 讲师, 博士(联系人: Tel: + 86-29-82334403; E-mail: hongyan_zhang@126.com).

析法和薄膜比拟的方法研究了二维周期结构的复合材料平面波的传播问题, 并将计算得到的频散曲线和抑制频带等结果与已有实验进行了对比. 但他们的计算模型并没有考虑压电材料的压电特性. Wiln 等^[8-9] 根据平面波展开方法, 提出了计算压电复合材料的平面波传播问题的三维模型, 对 1-3 型压电复合材料厚度方向的振动模态进行了定量分析.

实际上, 压电复合材料通常由未极化的压电陶瓷和基体材料组成. 压电材料具有非线性力电耦合特性, 在极化过程中, 由于受到周围基体的约束作用, 会在复合材料内部产生残余变形和残余应力, 这些残余应力的出现将对材料的振动模态产生一定的影响. 本文在文献[6]的基础上, 根据 Bloch 波函数理论研究了极化残余应力对 1-3 型压电复合材料横向振动模态的影响.

1 控制方程的建立

Bloch 波理论^[10] 首先在固体力学中用于计算晶格的能量带. Certon 等^[6] 在 Auld 和 Wang^[4] 的工作的基础上将该方法用于计算周期结构的横向振动模态. 但他们的模型没有考虑压电复合材料的压电性以及电荷平衡方程. 图 1 给出了 1-3 型压电柱复合材料的平面结构示意图, 以压电柱为中心的正方形单元在结构中呈周期性重复出现, 该单元的宽度为 d , 正方形压电柱宽度为 d_p .

不考虑体力, 材料的运动平衡方程和电平衡方程为如下形式:

$$\sigma_{\bar{j},j} + (\sigma_{\bar{j}}^{(0)} u_{i,j}),_k = \rho \dot{u}_i, \quad (1)$$

$$D_{i,i} = 0, \quad (2)$$

其中 $\sigma_{\bar{j}}$ 、 u_i 和 D_i 分别为应力张量分量、位移分量和电位移分量, ρ 为材料的密度. 上标“0”代表各初始量, 符号“,”和“ \cdot ”分别表示对空间和时间的导数. 压电相的线性本构方程为如下形式:

$$\sigma_{\bar{j}} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kj} E_k, \quad (3)$$

$$D_i = e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \varepsilon_{ik} E_k, \quad (4)$$

并有:

$$\varepsilon_{\bar{j}} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (5)$$

$$E_i = - \frac{\partial \phi}{\partial x_i}, \quad (6)$$

其中 ε_{kl} 、 E_i 和 ϕ 分别为应变张量、电场强度和电势, C_{ijkl} 、 e_{kj} 和 ε_{ik} 分别为材料弹性系数、压电系数和介电系数. 若将压电系数取为 0, 即可得到基体相的本构方程. 设复合材料为横观各同性材料, 沿 z 方向进行极化, 则频率为 ω , 沿 x - y 平面传播的横向波动方程式(1)、方程(2)简化为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(C_{44} + \sigma_{xx}^{(0)}) \frac{\partial w}{\partial x} + \sigma_{xy}^{(0)} \frac{\partial w}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(C_{44} + \sigma_{yy}^{(0)}) \frac{\partial w}{\partial y} + \sigma_{xy}^{(0)} \frac{\partial w}{\partial x} + e_{15} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = - \rho \omega^2 w, \quad (7)$$

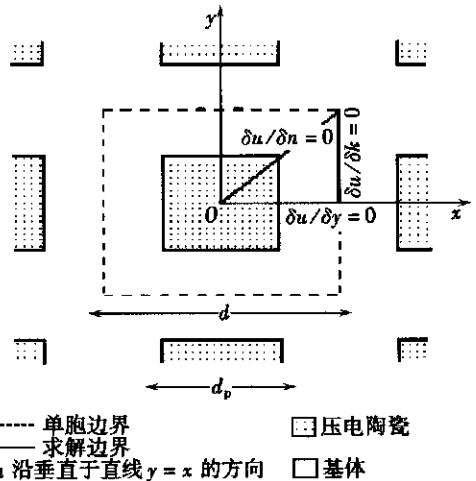


图 1 1-3 型压电复合材料二维结构图

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(e_{15} \frac{\partial w}{\partial x} - \epsilon_{11} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(e_{15} \frac{\partial w}{\partial y} - \epsilon_{11} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0, \quad (8)$$

其中 w 为沿 z 方向的位移, 其刚度系数和压电系数分别采用缩写指标表示. 在下面的计算中, 上标“p”代表压电相, 上标“r”代表基体相. 上划线“-”表示各量的空间平均值, 则弹性系数的空间平均值为:

$$C_{ij} = \frac{\int_{-d/2}^{+d/2} \int_{-d/2}^{+d/2} C_{ij}(x, y) dx dy}{\int_{-d/2}^{+d/2} \int_{-d/2}^{+d/2} dx dy} = \left(\frac{d_p}{d} \right)^2 C_{ij}^p + \left[1 - \left(\frac{d_p}{d} \right)^2 \right] C_{ij}^r, \quad (9)$$

同理可以得到 $\rho(x, y)$ 、 $e_j(x, y)$ 、 $\epsilon_{ij}(x, y)$ 和 $\sigma_{ij}^{(0)}(x, y)$ 相应各量的平均值, 这里不再赘述.

则 1-3 型压电复合材料的材料参数及初应力可表达为如下形式:

$$C_{ij}(x, y) = C_{ij} + \delta C_{ij}(x, y), \quad (10)$$

$$\rho(x, y) = \rho + \delta \rho(x, y), \quad (11)$$

$$e_{ij}(x, y) = e_{ij} + \delta e_{ij}(x, y), \quad (12)$$

$$\epsilon_{ij}(x, y) = \epsilon_{ij} + \delta \epsilon_{ij}(x, y), \quad (13)$$

$$\sigma_{ij}^{(0)}(x, y) = \sigma_{ij}^{(0)} + \delta \sigma_{ij}^{(0)}(x, y), \quad (14)$$

其中符号“ δ ”表示各对应量在其平均值附近的空间扰动. 将式(10)至式(14)代入到式(7)和式(8), 得到

$$\begin{aligned} & (C_{44} + \sigma_{xx}^{(0)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (C_{44} + \sigma_{yy}^{(0)}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\sigma_{xy}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + e_{15} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \rho \omega^2 w = \\ & - \left[(\delta C_{44} + \delta \sigma_{xx}^{(0)}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (\delta C_{44} + \delta \sigma_{yy}^{(0)}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\delta \sigma_{xy}^{(0)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \right. \\ & \left. \delta e_{15} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \delta \rho \omega^2 w \right] - \left\{ \left[\frac{\partial (\delta C_{44} + \delta \sigma_{xx}^{(0)})}{\partial x} + \frac{\partial \delta \sigma_{xy}^{(0)}}{\partial y} \right] \frac{\partial w}{\partial x} + \right. \\ & \left. \left[\frac{\partial (\delta C_{44} + \delta \sigma_{yy}^{(0)})}{\partial y} + \frac{\partial \delta \sigma_{xy}^{(0)}}{\partial x} \right] \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial \delta e_{15}}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \delta e_{15}}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & e_{15} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \epsilon_{11} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) = \\ & - \left[\delta e_{15} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \delta \epsilon_{11} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \right] - \\ & \left[\left[\frac{\partial \delta e_{15}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial \delta e_{15}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right] - \left[\frac{\partial \delta \epsilon_{11}}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \delta \epsilon_{11}}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

2 控制方程的求解

根据 Bloch 波理论, 在周期结构中位移函数和电势函数的解应满足 Bloch 周期条件, 即应有如下形式:

$$w(\mathbf{r} + \mathbf{T}_{m,n}) = w(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{T}_{m,n}}, \quad (17)$$

$$\phi(\mathbf{r} + \mathbf{T}_{m,n}) = \phi(\mathbf{r}) e^{j\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{T}_{m,n}}, \quad (18)$$

其中 \mathbf{r} 为位置向量, 即 $\mathbf{r} = xi + yj$, \mathbf{k}_0 是第一布里渊区的平面波向量, 并有 $\mathbf{T}_{m,n} = mdi + ndj$ (m 和 n 为整数) 为晶格平移向量. 则满足式(17)和式(18)的 Bloch 波函数为如下形式:

$$w(x, y) = F(\mathbf{r}) e^{j(\alpha - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})}, \quad (19)$$

$$\phi(x, y) = G(\mathbf{r}) e^{j(\omega t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})}, \quad (20)$$

其中, $F(\mathbf{r})$ 、 $G(\mathbf{r})$ 为向量空间中周期为 d 的周期函数, 并可在调和空间(即倒易点阵)展开为双重傅立叶级数

$$F(\mathbf{r}) = \sum_{m, n=-\infty}^{m, n=+\infty} a_{mn} e^{-j(\mathbf{K}_{mn} \cdot \mathbf{r})}, \quad (21)$$

$$G(\mathbf{r}) = \sum_{m, n=-\infty}^{m, n=+\infty} b_{mn} e^{-j(\mathbf{K}_{mn} \cdot \mathbf{r})}, \quad (22)$$

其中 \mathbf{K}_{mn} 为倒易晶格向量, 即 $\mathbf{K}_{mn} = (2\pi/d)mi + (2\pi/d)nj$. 将式(21)和式(22)代入式(19)和式(20)得到

$$w(x, y) = \left[\sum_{m, n=-\infty}^{m, n=+\infty} a_{mn} e^{-j(\mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{r})} \right] e^{j\omega t}, \quad (23)$$

$$\phi(x, y) = \left[\sum_{m, n=-\infty}^{m, n=+\infty} b_{mn} e^{-j(\mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{r})} \right] e^{j\omega t}, \quad (24)$$

其中 $\mathbf{k}_{mn} = \mathbf{K}_{mn} + \mathbf{k}_0$. 将上面两式代入到控制方程式(15)和式(16)中, 并根据傅立叶级数的正交性, 从而整理得到:

$$\begin{aligned} & [\rho\omega^2 - C_{44} |\mathbf{k}_{mn}|^2 - (\sigma_{xx}^{(0)} k_{mn(x)}^2 + \sigma_{yy}^{(0)} k_{mn(y)}^2) - 2\sigma_{xy}^{(0)} k_{mn(x)} k_{mn(y)}] a_{mn} + \\ & (-e_{15} |\mathbf{k}_{mn}|^2) b_{mn} = - \left(\sum_{p, q} K_{mnpq} a_{pq} + \sum_{p, q} L_{mnpq} b_{pq} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$(-e_{15} |\mathbf{k}_{mn}|^2) a_{mn} + (\varepsilon_{11} |\mathbf{k}_{mn}|^2) b_{mn} = - \left(\sum_{p, q} L_{mnpq} a_{pq} + \sum_{p, q} N_{mnpq} b_{pq} \right), \quad (26)$$

$$m, n \rightarrow -\infty \sim +\infty; p, q \rightarrow -\infty \sim +\infty,$$

其中, 当 $m \neq p$ 或 $n \neq q$ 时:

$$\begin{aligned} K_{mnpq} = & [\Delta\rho\omega^2 - \Delta C_{44} \mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{k}_{pq} - (\Delta\sigma_{xx}^{(0)} k_{mn(x)} k_{pq(x)} + \Delta\sigma_{yy}^{(0)} k_{mn(y)} k_{pq(y)}) - \\ & (k_{mn(x)} k_{pq(y)} + k_{mn(y)} k_{pq(x)}) \Delta\sigma_{xy}^{(0)}] \frac{d_p^2}{d^2} \times \\ & \text{sinc} \left(\frac{\pi(m-p)d_p}{d} \right) \text{sinc} \left(\frac{\pi(n-q)d_p}{d} \right), \end{aligned} \quad (27)$$

$$L_{mnpq} = (-\Delta e_{15} \mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{k}_{pq}) \frac{d_p^2}{d^2} \times \text{sinc} \left(\frac{\pi(m-p)d_p}{d} \right) \text{sinc} \left(\frac{\pi(n-q)d_p}{d} \right), \quad (28)$$

$$N_{mnpq} = (\Delta\varepsilon_{11} \mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{k}_{pq}) \frac{d_p^2}{d^2} \times \text{sinc} \left(\frac{\pi(m-p)d_p}{d} \right) \text{sinc} \left(\frac{\pi(n-q)d_p}{d} \right). \quad (29)$$

当 $m = p$ 且 $n = q$ 时:

$$K_{mnpq} = L_{mnpq} = N_{mnpq} = 0, \quad (30)$$

并有

$$\Delta C_{44} = C_{44}^p - C_{44}^r, \quad \Delta\rho = \rho^p - \rho^r, \quad \Delta e_{15} = e_{15}^p - e_{15}^r, \quad \Delta\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^p - \varepsilon_{11}^r,$$

$$\Delta\sigma_j^{(0)} = \sigma_j^{(0)p} - \sigma_j^{(0)r}, \quad \mathbf{k}_{mn} = k_{mn(x)}\mathbf{i} + k_{mn(y)}\mathbf{j}, \quad \mathbf{k}_{pq} = k_{pq(x)}\mathbf{i} + k_{pq(y)}\mathbf{j}.$$

为进一步简化计算, 方程(25)和方程(26)可改写为如下形式:

$$\sum_{p, q} K_{mnpq} a_{pq} + \sum_{p, q} L_{mnpq} b_{pq} = 0, \quad (31)$$

$$\sum_{p, q} L_{mnpq} a_{pq} + \sum_{p, q} N_{mnpq} b_{pq} = 0, \quad (32)$$

$$m, n \rightarrow -\infty \sim +\infty; p, q \rightarrow -\infty \sim +\infty,$$

其中,当 $m \neq p$ 或 $n \neq q$ 时:

$$K_{mpq} = \omega^2 \alpha_{mpq} + \beta_{mpq}, \quad (33)$$

$$L_{mpq} = L_{mpq}, \quad (34)$$

$$N_{mpq} = N_{mpq}, \quad (35)$$

并有

$$\alpha_{mpq} = \frac{d_p^2}{d^2} \Delta \rho \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi(n-q)d_p}{d} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi(m-p)d_p}{d} \right),$$

$$\beta_{mpq} = [-\Delta C_{44} \mathbf{k}_{mn} \cdot \mathbf{k}_{pq} - (\Delta \sigma_{xx}^{(0)} k_{mn(x)} k_{pq(x)} + \Delta \sigma_{yy}^{(0)} k_{mn(y)} k_{pq(y)}) - (k_{mn(x)} k_{pq(y)} + k_{mn(y)} k_{pq(x)}) \Delta \sigma_{xy}^{(0)}] \frac{d_p^2}{d^2} \times \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi(n-q)d_p}{d} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi(m-p)d_p}{d} \right).$$

当 $m = p$ 且 $n = q$ 时

$$K_{mpq} = \omega^2 \alpha_{mpq} + \beta_{mpq}, \quad (36)$$

$$L_{mpq} = -e_{15} |\mathbf{k}_{mn}|^2, \quad (37)$$

$$N_{mpq} = -\varepsilon_{11} |\mathbf{k}_{mn}|^2, \quad (38)$$

并有

$$\alpha_{mpq} = \rho,$$

$$\beta_{mpq} = -[(\sigma_{xx}^{(0)} + C_{44}) k_{mn(x)}^2 + (\sigma_{yy}^{(0)} + C_{44}) k_{mn(y)}^2 + 2\sigma_{xy}^{(0)} k_{mn(x)} k_{mn(y)}].$$

在数值计算中,将式(21)和式(22)中位移和电势函数分别展开为 $N \times N$ 项傅立叶级数. 方程(31)和方程(32)有非 0 解的条件是系数行列式为 0, 由此可以得到结构的广义特征值 ω , 同时由特征向量得到系数 a_{mn} 和 b_{mn} .

3 数值算例与讨论

表 1 分别给出了压电相和基体相的材料参数. 如图 1 所示, 正方形压电柱宽度 d_p 取 50 μm , 周期单元宽度 d 取 100 μm .

表 1 压电相及基体相材料参数

材料	弹性常数 C_{44}/GPa	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	压电常数 $e_{15}/(\text{C}/\text{m}^2)$	介电常数 $\varepsilon_{11}/(\text{pF}/\text{m})$
PZT 陶瓷	42	7 500	17.0	15 045
环氧树脂	1.7	1 150	0.0	39.8

3.1 频散曲线和抑制频带

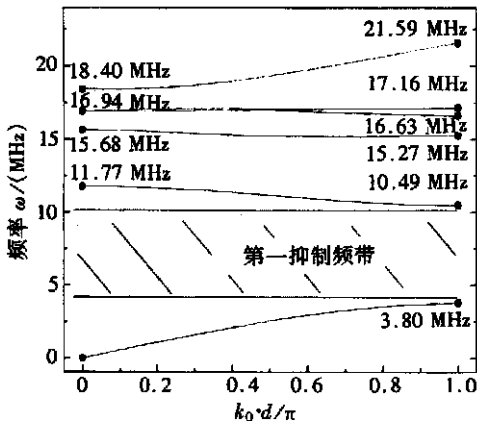
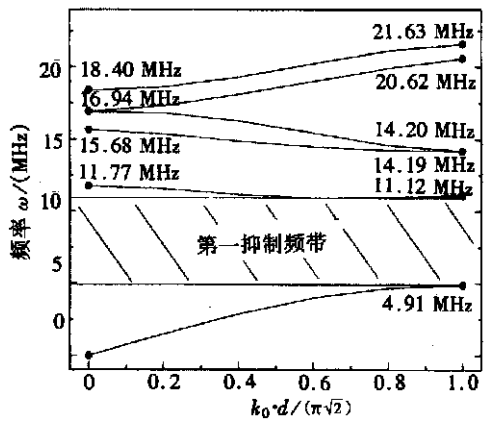
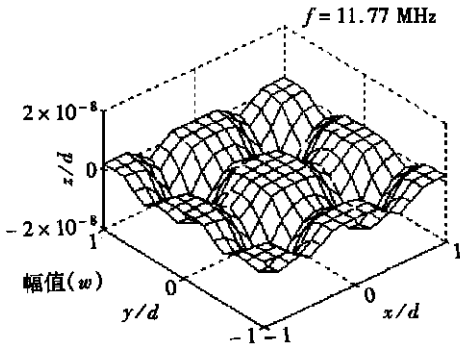
Gururaja^[2]的研究工作表明,用于计算前二阶横向振动模态的波分别沿向量 i 和 $(i+j)$ 的方向传播. 当波沿向量 i 方向传播时,波向量取值范围为 $0 \leq |k_0| \leq \pi/d$; 当波沿向量 $(i+j)$ 的方向传播时,波向量取值范围为 $0 \leq |k_0| \leq \pi\sqrt{2}/d$.

首先,若不考虑初应力,取 $|k_0| = 0$, 表 2 分别给出了考虑压电效应与不考虑压电效应时复合材料的横向振动频率. 从表 2 可以看出,当压电系数 e_{15}^p 和介电常数 ε_{11}^p 、 ε_{11}^f 为 0 时,本文的计算结果与文献[6]的结果一致. 工况 1 中(不考虑材料的压电效应)计算得到的材料的横向振动频率小于工况 2 中(考虑则材料的压电效应)得到的振动频率. 这是由于材料的压电性使得电场将在材料内部产生应力,从而导致材料本身“变刚”,其振动频率会相应增加.

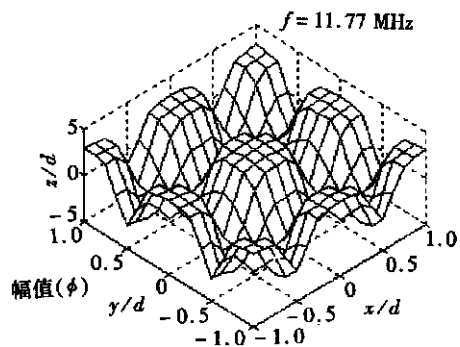
表2 复合材料的横向振动频率

工况	材料参数	频率 ω/MHz [$k_0 = 0$]					
文献[10]	-	0	11.57	15.45	16.53	16.53	18.23
工况1:	$\sigma_y^{(0)} = 0; e_{15}^p = 0; \epsilon_{11} = 0$	0	11.57	15.45	16.53	16.53	18.23
工况2:	$\sigma_y^{(0)} = 0; e_{15}^p \neq 0; \epsilon_{11} \neq 0$	0	11.77	15.67	16.94	16.94	18.40

对应不同的波向量, 图2和图3分别给出了具有初始残余应力的复合材料的频散曲线. 采用压电材料的非线性本构, 对1-3型压电复合材料的极化行为进行数值仿真分析, 即可得到残余应力的分布情况. 该计算过程十分复杂, 详细过程可参考文献[11]和文献[12], 这里就不再赘述. 为便于计算, 近似取计算得到的各相内的应力平均值作为初始应力, 即有 $\sigma_{xx}^{(0)p} = \sigma_{yy}^{(0)p} = 1.11 \text{ MPa}$, $\sigma_{xy}^{(0)p} = 0.58 \text{ MPa}$, $\sigma_{xx}^{(0)r} = \sigma_{yy}^{(0)r} = -0.37 \text{ MPa}$, $\sigma_{xy}^{(0)r} = 0.29 \text{ MPa}$.

图2 沿 x 轴传播的剪切波的频散曲线图3 沿直线 $x = y$ 传播的剪切波的频散曲线

(a) 位移场



(b) 电势场

图4 具有初应力的1-3型压电复合材料第一阶模态的位移场和电势场

当 k_0d/π 和 $k_0d/(\pi\sqrt{2})$ 等于0或1时, 发射波向量 k_0 位于第一布里渊区的边界, 满足布拉格衍射条件. 取 k_0d/π 和 $k_0d/(\pi\sqrt{2})$ 等于1时, 相邻的压电柱异相振动, 与材料的压电性不耦合. 当 k_0d/π 和 $k_0d/(\pi\sqrt{2})$ 等于0时, 相邻的压电柱同相振动, 振动位移正对称或反对称, 具有正对称位移场的振动与材料的压电性相耦合, 因而图2和图3中11.77 MHz和18.40 MHz分别是复合材料的第一阶和第二阶横向振动模态. 图4和图5分别给出了相应的前两阶横向振动模态的位移场和电势场的分布曲线. 从频散曲线中同时可以得到抑制频带, 即图2中波沿

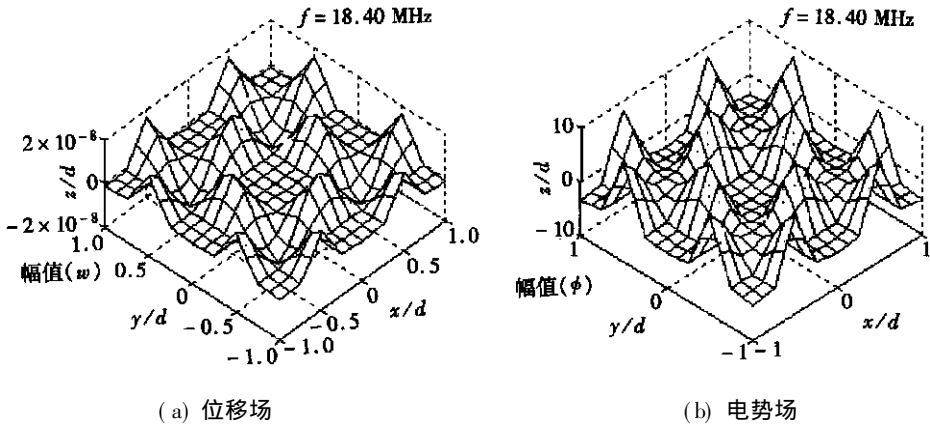


图 5 具有初应力的 1-3 型压电复合材料第二阶模态的位移场和电势场

x 轴方向传播 3.80 MHz 至 10.49 MHz 为第一抑制频带, 图 3 中波沿直线 $x = y$ 传播 4.91 MHz 至 11.12 MHz 为第一抑制频带. 与文献[6]相比考虑了材料的压电性和初始应力后, 第一抑制频带将变宽.

3.2 初应力对横向振动频率的影响

为了更清楚地得到各相中的初应力对复合材料横向振动模态的不同影响, 下面分别针对 5 种不同的应力状况进行分析讨论:

- 1) 不考虑初应力;
- 2) 只考虑压电相的初始法向应力;
- 3) 只考虑基体相的初始法向应力;
- 4) 只考虑复合材料(包括基体相和压电相)的初始法向应力;
- 5) 考虑真实应力状况(包括复合材料的初始法向应力和剪切应力).

取 $|k_0| = 0$, 表 3 分别列出了以上 5 种情况计算得到的横向振动频率. 通过对数值结果的对比分析表明, 基体相的初始压应力导致复合材料的横向振动频率降低, 而压电相的初始拉应力则使得横向振动频率提高, 初始剪应力对振动频率的影响很小, 可以忽略. 同时, 由于基体内的压应力对振动频率的影响较压电相内拉应力的影响更加显著, 因而真实应力状况下, 初始残余极化应力将导致复合材料横向振动频率有所降低. 对比表 2 和表 3 可以看出, 材料的压电性对振动频率的影响比极化残余应力的影响更加显著.

表 3 对应不同的应力状况 1-3 型压电复合材料的横向振动频率

应力 σ /MPa				频率 ω /MHz					
$\sigma_{xy}^{(0)p}$	$\sigma_{xy}^{(0)r}$	$\sigma_{xx}^{(0)p} = \sigma_{yy}^{(0)p}$	$\sigma_{xx}^{(0)r} = \sigma_{yy}^{(0)r}$	ω					
		0	0	0.0	11.767 8	15.674 5	16.935 2	16.936 4	18.399 9
		1.11	0	0.0	11.767 9	15.674 6	16.935 3	16.936 5	18.400 0
0	0	0	-0.37	0.0	11.766 6	15.672 9	16.933 6	16.934 8	18.398
		1.11	-0.37	0.0	11.766 5	15.673 0	16.933 7	16.934 9	18.398 1
0.58	0.29	1.11	-0.37	0.0	11.766 5	15.673 0	16.933 7	16.934 9	18.398 1

4 结 论

通常压电复合材料在极化过程中, 由于压电材料的非线性极化特性, 压电相受到周围基体

的约束作用不能自由变形,从而不可避免的在复合材料内部出现残余应力.残余应力的存在将会影响复合材料的振动特性.本文采用解析法研究了初始残余应力对 1-3 型压电复合材料横向振动模态的影响.基于 Bloch 波函数理论,建立了考虑材料的压电性和初始残余应力理论方程.通过分析数值算例,可以得到下述结论:

- 1) 复合材料中压电相的压电性使得复合材料横向振动频率增加,抑制频带宽度变宽;
- 2) 压电相中拉应力的出现导致复合材料横向振动频率增加,而基体相中的压应力则使其振动频率减小;
- 3) 基体相中的压应力对材料振动频率的影响较压电相中的拉应力更加显著,真实应力状况下,复合材料的振动频率有所降低;
- 4) 压电相的压电性对材料振动频率地影响比极化残余应力的影响更加显著,剪应力的影响较小,几乎可以忽略.

[参 考 文 献]

- [1] Smith W A. The role of piezocomposites in ultrasonic transducers[A]. In: Proceedings of the IEEE Ultrasonics Symposium [C]. Piscataway, NJ, USA: Montreal, Que, Can, IEEE Inc, 1989, 755-766.
- [2] Gururaja T R, Schulze W A, Cross L E, et al. Piezoelectric composites materials for ultrasonic transducer applications. Part I : Resonant Modes of Vibration of PZT Rod-Polymer Composites[J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 1985, **32**(4): 481-498.
- [3] Gomez H, Negreira C, Aulet A, et al. Influence of elastic characteristics of the polymer/resin in later resonances of piezocomposites(1-3)[A]. In: Proc IEEE Ultrasonics symposium [C]. San Antonio, TX, USA, Piscataway, NJ, USA: IEEE Inc, 1996, 535-538.
- [4] Auld B A, Wang Y. Acoustic wave vibrations in periodic composite plates[A]. In: Proc IEEE Ultrason Symposium [C]. New York, NY, USA: San Francisco, CA, USA: IEEE Inc, 1985, 637-641.
- [5] Wang Y. Waves and vibrations in elastic superlattice composites[D]. Ph D dissertation. Stanford: Stanford Univ, 1986.
- [6] Certon D, Patat F, Casula O, et al. Theoretical and experimental investigations of lateral modes in 1-3 piezocomposites[J]. IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control, 1997, **44**(3): 643-651.
- [7] Certon D, Patat F, Levassort F, et al. Lateral resonances in 1-3 piezoelectric periodic composite: modeling and experimental results[J]. In: J Acoust Soc Am, 1997, **101**(4): 2043-2051.
- [8] Wilm M, Ballandras S, Laude V, et al. A plane-wave-expansion approach for modeling acoustic propagation in 2D and 3D piezoelectric periodic structures[A]. In: Proc IEEE Ultrasonics Symposium [C]. Atlanta, GA, USA: IEEE Inc, 2001, 977-980.
- [9] Wilm M, Ballandras S, Laude V. A full 3D plane-wave-expansion model for 1-3 piezoelectric composite structures[J]. J Acoust Soc Am, 2002, **112**(3): 943-952.
- [10] Kittel C. Introduction to Solid State Physics [M]. 5th ed. Chap 2. New York: Wiley, 1976.
- [11] Hauke T, Steinhausen R, Seifert W. et al. Modeling of poling behavior of ferroelectric 1-3 composites [J]. J Appl Phys, 2001, **89**(9): 5040-5047.
- [12] Zhang H Y, Li L X, Shen Y P. Modeling of poling behavior of ferroelectric 3-3 composites[J]. Interna J Eng Sci, 2005, **43**(4): 1138-1156.

Lateral Resonances in Initial Stressed 1-3 Piezocomposites

ZHANG Hong-yan^{1,2}, SHEN Ya-peng², YIN Guan-sheng¹

(1. School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, P. R. China;

2. The Key Laboratory of Mechanical Structural Strength and Vibration, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, P. R. China)

Abstract: Theoretical analysis of the lateral resonances in 1-3 piezocomposites with poling initial stress was conducted using the Bloch waves theory. Based on the linear piezoelectricity theory, the theoretical formulations including initial stress for the propagation of acoustic plane waves were founded. Numerical calculations were performed to study the effects of the initial stress on the lateral mode frequencies and the stop band. It is found that the lateral mode frequencies increase with the piezoelectricity of the piezocomposites, but decrease with the poling initial stress. The influence of the initial shear stress on the lateral mode frequencies is tiny, thus it can be neglected.

Key words: lateral mode; 1-3 piezocomposite; initial stress