

# 卫星系统中的混沌控制\*

A·勃布特索夫, N·尼克拉伊夫, O·斯利塔

(圣彼得堡信息学、力学和光学国立大学 控制系统和信息学系, 圣彼得堡 197101, 俄罗斯)

(刘曾荣推荐)

摘要: 对于非线性扰动系统对指令信号的跟踪问题, 提出解析条件和实现方法. 对在反馈中包含线性动力和非线性两部份的非线性扰动设备进行了研究, 设备的非线性部份和扰动是未知的但是有界的. 提出控制卫星天平动角的算法, 用图示对该算法作了说明.

关键词: 卫星系统; 混沌控制; 信号跟踪; 天平动

中图分类号: V448.22; V474 文献标识码: A

## 引 言

最近几十年, 专家对混沌控制问题进行了深入的研究, 发表了许多混沌系统控制的论文, 认识了许多关于混沌状态产生的问题(见参考文献[1]至文献[4]). 通过在自然界和技术领域中普遍存在的振动和混沌过程的研究, 得出了众多相关理论和实践成果. 例如, 最近几年来对飞行器混沌振动和控制问题作了大量的研究工作(见参考文献[1]、文献[2]、文献[5]), 这些研究包括飞行器出现混沌振动的可能表现和补偿算法(见参考文献[5]和文献[6]). 在其它许多电子、电机和电气设备中也同样发现了类似的混沌过程.

本文发展了文献[2]、文献[7]提出的控制方法, 考虑非线性扰动系统跟踪有界的指令信号的问题. 我们考虑了把文献[7]提出的控制律应用于解决技术系统中混沌控制问题可能性, 尤其是对于空间设备的控制问题<sup>[5,6]</sup>. 在众多研究中常将飞行器看作一个实心体, 飞行器的许多复杂天平动行为(包括混沌振动)是由其非线性动力学特性造成的.

本文考虑控制律应用的可能性, 这个规则是作者早期提出来解决如何使卫星完成预定运动并衰减其出现的混沌振动的方法.

## 1 问题陈述

考虑如下形式的非线性设备:

$$y = \frac{b(p)}{a(p)}(u + w(t)) + \frac{d(p)}{a(p)}\varphi(y), \quad (1)$$

式中  $p = d/dt$  表示求导数; 测量的是输出变量  $y = y(t)$  而不是其导数;  $b(p) = b_n p^m + \dots +$

\* 收稿日期: 2005-11-28; 修订日期: 2007-01-17

基金项目: RFBR 基金资助项目(N06-01-08038 of)

作者简介: A. 勃布特索夫, 副教授, 博士(E-mail: bobtsov@mail.ru).

本文原文为英文, 海治译, 刘曾荣校.

$b_1p + b_0$ ,  $d(p) = d_r p^r + d_{r-1} p^{r-1} + \dots + d_1 p + d_0$  和  $a(p) = p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$  为含有未知参数的多项式; 多项式的阶  $d(p) \leq n$ ; 传递函数  $b(p)/a(p)$  的相对阶为  $\rho = n - m$ ; 多项式  $b(p)$  为霍尔维茨(Hurwitz) 系数  $b_m > 0$ .  $w(t)$  为未知、平滑、有界的扰动量, 即  $|w(t)| \leq w_0 < \infty$ . 未知函数  $\varphi(y)$  满足假定:

$$0 \leq |\varphi(y)| \leq C_0 \quad \text{对任意 } y(t), \quad (2)$$

其中数  $C_0$  假定为未知.

对设备(1)式的控制目的为设备(1)式以预定精度  $\varepsilon_0$  跟踪指令信号  $y^*(t)$ , 即要求:

$$|y(t) - y^*(t)| \leq \varepsilon_0, \quad (3)$$

其中  $\varepsilon_0$  由控制系统的设计人员给定.

在实现控制过程中, 给出如下假设:

假设 1 仅有输出变量  $y(t)$  被测量, 对其导数不进行测量;

假设 2 指令信号  $y^*(t)$  和其所有的导数均有界;

假设 3 扰动量  $w(t)$  和其所有的导数均有界;

假设 4 多项式  $d(p)$  的阶小于或者等于多项式  $b(p)$  的阶, 即  $m \geq r$ .

为了研究非线性系统(1)达到预定的性质, 定义跟踪误差为:

$$e = y - y^*. \quad (4)$$

然后将方程(1)代入方程(4), 得到:

$$e = \frac{b(p)}{a(p)}(u + w(t)), \quad (5)$$

因多项式  $b(p)$  为 Hurwitz, 由条件(2)和假设 2、假设 3、假设 4, 信号

$$w(t) = w(t) - \frac{a(p)}{b(p)}y^* + \frac{d(p)}{b(p)}\varphi(y)$$

有界.

这样就可以把系统(1)跟踪指令信号  $y^*(t)$  的问题转述为模型(5)的稳定性问题.

## 2 控制规则的设计

选择以下控制算法:

$$u = -x(p)(\mu + k)\hat{e}, \quad (6)$$

其中数  $k > 2$ . 选择参数  $\mu$  和多项式  $x(p)$  使得多项式  $\chi(p) = a(p) + \mu b(p) + x(p)$  为 Hurwitz.  $\hat{e}$  为通过估计算法得到的函数, 算法如下:

$$\begin{cases} \xi_1 = \xi_2, \\ \xi_2 = \xi_3, \\ \vdots \\ \xi_{\rho-1} = \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - \dots - k_{\rho-1} \xi_{\rho-1} + k_1 e), \\ \hat{e} = \xi_\rho, \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\sigma > \mu + k$  (见定理中对选择  $\sigma$  的更多细节),  $k_i$  为通过计算使模型(7)在  $e \equiv 0$  处有渐近稳定性而得到的系数.

由于控制律(6)式中包含可测的和已知的信号, 因此在技术上具有可行性. 将(6)式代入(5)式, 得到:

$$e = \frac{b(p)}{a(p)}[-x(p)(\mu + k)\hat{e} + w(t)] =$$

$$\frac{b(p)}{a(p)}[-x(p)(\mu+k)e + x(p)(\mu+k)\varepsilon + w(t)], \quad (9)$$

其中  $\varepsilon = e - \hat{e}$ .

将方程(9)进行如下转换:

$$a(p)e + \mu b(p)x(p)e = b(p)x(p)(\mu+k)\varepsilon - ke + w(t)].$$

记  $\gamma(p) = a(p) + \mu b(p)x(p)$  和  $\beta(p) = b(p)x(p)$ , 得到:

$$e = \frac{\beta(p)}{\gamma(p)}[-ke + (\mu+k)\varepsilon + w(t)]. \quad (10)$$

现在将输入-输出模型(10)表示为输入-状态-输出模型:

$$\dot{x} = Ax + b(-ke + (\mu+k)\varepsilon + w(t)), \quad (11)$$

$$e = c^T x, \quad (12)$$

其中  $x \in R^n$  为模型(11)的状态向量,  $A$ 、 $b$  和  $c$  为从输入-输出模型(10)变换为输入-状态-输出模型(11)、模型(12)的转换矩阵.

注 根据文献[8]、文献[9]的理论, 存在正数  $\mu$  和对称正定矩阵  $P$  满足如下两个矩阵等式

$$A^T P + PA = -Q_1, \quad Pb = c, \quad (13)$$

其中  $Q_1 = Q_1^T$  为依赖参数  $\mu$  并独立于参数  $k$  的对称正定矩阵.

将(7)式、(8)式重新写为向量-矩阵形式:

$$\dot{\xi} = \sigma(\Gamma\xi + dk_1 e), \quad (14)$$

$$\hat{e} = h^T \xi \quad (15)$$

其中  $\Gamma$ 、 $d$  和  $h$  为系统(7)、系统(8)的变换为模型(14)、模型(15)的转换矩阵.

考虑偏差向量

$$\eta = he - \xi \quad (16)$$

然后由矩阵  $h$  的结构, 误差  $\varepsilon$  可表示为:

$$\varepsilon = e - \hat{e} = h^T he - h^T \xi = h^T (he - \xi) = h^T \eta. \quad (17)$$

对  $\eta$  求导, 可得到:

$$\dot{\eta} = h\dot{e} - \sigma(\Gamma(he - \eta) + dk_1 e) = h\dot{e} - \sigma\Gamma\eta - \sigma(dk_1 + \Gamma h)e. \quad (18)$$

由于  $dk_1 = -\Gamma h$  (通过代入法可得到证明), 则有

$$\dot{\eta} = h\dot{e} - \sigma\Gamma\eta, \quad (19)$$

$$\varepsilon = h^T \eta, \quad (20)$$

其中矩阵  $\Gamma$  为 Hurwitz, 并满足 Liapunov 方程

$$\Gamma^T N + N\Gamma = -Q_2, \quad (21)$$

其中  $N = N^T$ ,  $Q_2 = Q_2^T$  为对称正定矩阵.

使用控制律(6)式的条件由以下定理给出:

**定理 1** 存在数  $\sigma > \mu + k$ , 使得系统(11)、系统(12)、系统(19)和系统(20)的所有轨线均有界, 并通过选择参数  $k$  的值可将轨线收敛于任意小的邻域  $\varepsilon_0$ .

**证明** 考虑 Liapunov 函数:

$$V = x^T P x + \eta^T N \eta. \quad (22)$$

将方程(22)对时间求导, 并代入方程(11)、方程(12)和方程(19)、方程(10), 得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & x^T (A^T P + PA)x + 2(\mu+k)x^T P b h^T \eta + 2x^T P b w(t) - \\ & 2kx^T P b e + \eta^T \sigma(\Gamma^T N + N\Gamma)\eta + 2(\mu+k)\eta^T N h c^T b h^T \eta + \end{aligned}$$

$$2\eta^T Nhc^T bw(t) - 2k\eta^T Nhc^T be, \quad (23)$$

在上式计算中,  $\varrho$  已经被下式代替.

$$\varrho = c^T (Ax + b(-ke + (\mu + k)h^T \eta + w(t))).$$

将方程(13)和方程(21)代入方程(23), 并考虑不等式:

$$2(\mu + k)x^T Pbh^T \eta = 2(\mu + k)eh^T \eta \leq e^2 + (\mu + k)^2 \eta^T hh^T \eta,$$

$$2x^T Pbw(t) \leq ke^2 + k^{-1}[w(t)]^2,$$

$$2kx^T Pbe = 2ke^2,$$

$$2\eta^T Nhc^T Ax \leq \delta^{-1} \eta^T Nhc^T AA^T ch^T N\eta + \delta x^T x,$$

$$2\eta^T Nhc^T bw(t) \leq k\eta^T Nhc^T bb^T ch^T N\eta + k^{-1}[w(t)]^2,$$

$$-2k\eta^T Nhc^T be \leq k^2 \eta^T Nhc^T bb^T ch^T N\eta + e^2.$$

于是可得到 Liapunov 函数(22)式的导数为:

$$\begin{aligned} & x^T (A^T P + PA + \mathcal{G})x + \eta^T [-\sigma Q_2 + (\mu + k)^2 hh^T + \delta^{-1} Nhc^T AA^T ch^T N + \\ & 2(\mu + k)Nhc^T bh^T + kNhc^T bb^T ch^T N + k^2 Nhc^T bb^T ch^T N] \eta + \\ & 2k^{-1}[w(t)]^2 - (k - 2)e^2, \end{aligned} \quad (24)$$

其中数  $\delta > 0$  (可能为很小的数) 满足不等式:

$$A^T P + PA + \mathcal{G} \leq Q < 0. \quad (25)$$

如果选择  $\delta$  的函数满足以下不等式:

$$\begin{aligned} & -\sigma Q_2 + (\mu + k)^2 hh^T + \delta^{-1} Nhc^T AA^T ch^T N + 2(\mu + k)Nhc^T bh^T + \\ & kNhc^T bb^T ch^T N + k^2 Nhc^T bb^T ch^T N \leq -Q_1 < 0. \end{aligned} \quad (26)$$

那么 Liapunov 函数(22)的导数成为:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -x^T Qx - \eta^T Q_1 \eta - (k - 2)e^2 + 2k^{-1}[w(t)]^2 \leq \\ & -x^T Qx - \eta^T Q_1 \eta + 2k^{-1}[w_{\max}]^2, \end{aligned} \quad (27)$$

其中数  $w_{\max} = \max\{w(t)\}$ .

由(27)式可知, 通过增加参数  $k > 2$ , (22)式中函数  $V$  可达到所要求的任意小值, 而后者保证系统(11)、系统(12)、系统(19)和系统(20)的轨迹线均有界, 并通过增加参数  $k$  可将轨迹线收敛于任意小的邻域  $\varepsilon_0$ . 于是定理被证明.

### 3 控制参数的调节

通过文献[7]提出的算法可对控制参数进行调整:

$$k(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau, \quad (28)$$

其中  $k = \mu + k$ ,  $k(0) > 2$ , 函数  $\lambda(t)$  的可通过以下方法计算:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \lambda_0, & \text{当 } |e(t)| > \varepsilon_0 \\ 0, & \text{当 } |e(t)| \leq \varepsilon_0 \end{cases}$$

其中数  $\lambda_0 (> 0)$  和  $\varepsilon_0$  由系统设计人员给定.

通过以下方法选择参数  $\sigma$ :

$$\sigma = \sigma_0 \cdot k^2, \quad (29)$$

其中数  $\sigma_0 > 0$ . 很明显, 通过这样计算  $\sigma$  则存在时刻  $t_1$ , 使得定理的条件(26)满足.

重要的是注意到设备的参数实际上不可能精确确定, 但可确定其变化范围, 那么可通过试验法计算控制参数  $k$  的值, 这样控制器的参数  $k$  的值可以通过如下算法对其值进行调整:

$$k(t) = k_0 + \int_0^t \lambda(\tau) d\tau, \quad (30)$$

其中  $k_0$  为参数  $k$  的试验值, 通过这个算法可以得到更加合适的瞬时值.

## 4 卫星天平动角的自适应控制

考虑一个在地球引力场和磁场影响下、拥有自身常磁场的卫星运动. 由文献[5]给出的模型可知, 轨道平面上卫星的天平动角  $\phi(t)$  的数学模型为:

$$C\dot{\phi} + c\ddot{\phi} + 3\omega_c^2(B-A)\sin\phi\cos\phi + \mu_m i r^{-3}(2\sin\phi\sin\omega_c t + \cos\phi\cos\omega_c t) = M_c(t), \quad (31)$$

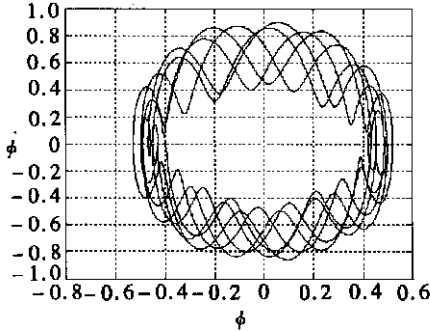


图1 系统(31)的相图

其中  $c$  为卫星的自阻尼参数,  $\omega_c$  为卫星在轨道上的角速度,  $A, B$  为卫星的主惯量 ( $A > B$ ), 为磁场常数,  $I$  为卫星的磁矩常数,  $r, i$  为轨道半径和轨道倾角,  $M_c(t)$  为控制力矩. 存在表示卫星角运动呈现混沌特征的参数区域(见图1).

模拟中使用以下参数值:

$$C = 0.05, \quad c = 5 \times 10^{-4}, \\ 3\omega_c^2(B-A) = 0.01, \quad \mu_m i r^{-3} = 0.1.$$

将模型(32)改写为输入-输出模型:

$$\phi = \frac{b(p)}{a(p)}u + \frac{d(p)}{a(p)}\varphi(\phi), \quad (32)$$

其中

$$a(p) = Cp^2 + \varphi; \quad b(p) = 1; \quad d(p) = 1; \quad u = M_c(t); \\ \varphi(\phi) = 3\omega_c^2(B-A)\sin\phi\cos\phi + \mu_m i r^{-3}(2\sin\phi\sin\omega_c t + \cos\phi\cos\omega_c t)$$

为有界、非线性的,  $\varphi(\phi) \leq |C_0|$ .

下面考虑如何完成非线性系统(32)预定行为的问题, 定义跟踪误差为:

$$e = \phi - \phi^*, \quad (33)$$

然后将方程(32)代入方程(33), 得到

$$e = \frac{b(p)}{a(p)}(u + w(t)) + \frac{d(p)}{a(p)}\varphi(\phi), \quad (34)$$

由于多项式  $b(p)$  为Hurwitz 以及假设2、假设3和假设4, 信号值  $w(t) = - (a(p)/(b(p)))\phi^*$  有界.

选择形式为(6)式的控制律

$$u = -x(p)(\mu + k)\hat{e}. \quad (35)$$

由于传递函数  $b(p)/(a(p))$  的相对阶为2, 因此选择多项式  $x(p)$  为一阶式  $x(p) = p + 1$ , 估计算法为:

$$\dot{\xi}_1 = \sigma k_1(e - \xi_1), \quad (36)$$

$$\hat{e} = \xi_1. \quad (37)$$

给定精度为  $\varepsilon_0 = 0.01$ , 对参数  $k$  和  $\sigma$  进行调整, 分别使用算法(29)、算法(30):

$$k(t) = 2 + \int_0^t \lambda(\tau) d\tau, \quad \sigma = 5k^2.$$

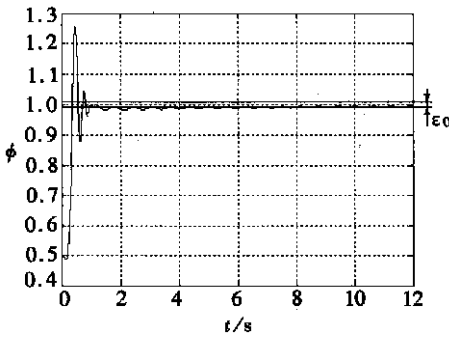


图2 天平动角的瞬时值  
( $\lambda = 1, \phi(0) = 0.5$ )

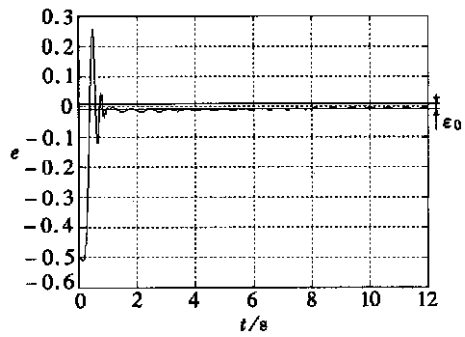


图3 跟踪误差  $e$   
( $\lambda = 1, \phi(0) = 0.5$ )

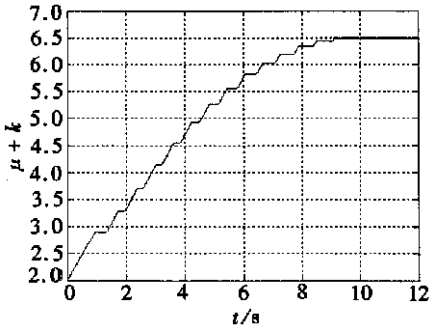


图4 控制参数的  $\mu + k$  的调整  
( $\lambda = 1, \phi(0) = 0.5$ )

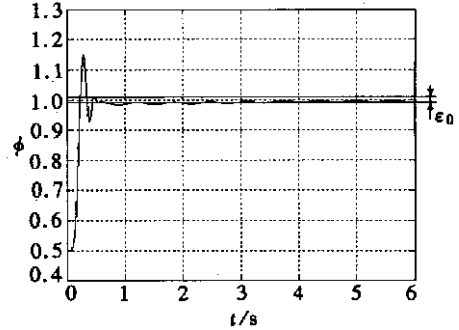


图5 天平动角的瞬时值  
( $\lambda = 2.5, \phi(0) = 0.5$ )

在  $\lambda = 1$  和  $\phi(0) = 0.5$  时, 模拟计算结果见图 2 至图 4. 图示表明对卫星控制目的已达到, 其指令信号为  $\phi^*(t) = 1(t)$ .

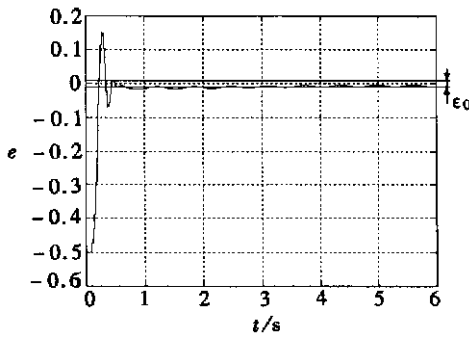


图6 跟踪误差  $e$   
( $\lambda = 2.5, \phi(0) = 0.5$ )

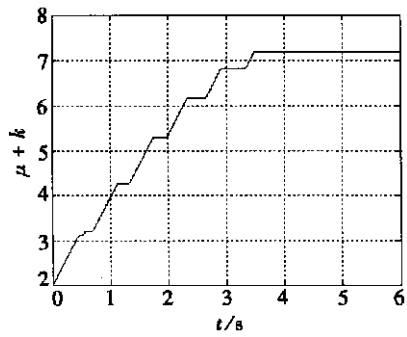


图7 控制参数的  $\mu + k$  的调整  
( $\lambda = 2.5, \phi(0) = 0.5$ )

在  $\lambda = 2.5$  和  $\phi(0) = 0.5$  时, 模拟计算结果见图 5 至图 7. 图示表明对卫星控制目的已达到, 其指令信号为  $\phi^*(t) = 1(t)$ .

图 2 至图 7 所示的模拟计算结果表明对卫星控制目的已达到, 模拟计算结果还表明当控制器的系数  $\lambda$  增加时, 暂态过程变短.

## 5 结 论

本文提出了一种方法,这个方法可解决非线性扰动系统对指令信号跟踪问题.不再需要系统的协调条件,设备的线形部分参数、非线性部分参数和扰动量为未知数.设计出一种自适应控制器,它仅需要测量的输出量而不需要测量其导数.最后通过控制卫星天平动角的例子说明了这种方法的有效性.

致谢 本文作者感谢陈立群教授的热情帮助

### [参 考 文 献]

- [1] Andrievskii B R, Fradkov A L. Control of chaos: methods and applications—I : Methods[J]. Automation and Remote Control , 2003, **64**(5): 673-713.
- [2] Andrievskii B R, Fradkov A L. Control of chaos: methods and applications—II : Applications[J]. Automation and Remote Control , 2004, **65**(4): 505-533.
- [3] Fradkov A L, Pogromsky A Yu. Methods of nonlinear and adaptive control of chaotic systems[ A]. In: 13th Triennial World Congress IFAC [ C]. San Francisco, USA: IEEE, 1996, 185-190.
- [4] Evans R J, Fradkov A L. Control of chaos: some open problems[ A]. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control [ C]. Vol 1. Orlando, Florida, USA: IEEE, 2001, 698-703.
- [5] CHEN Li-qun, LIU Yan-zhu. Chaotic attitude motion of a magnetic rigid spacecraft and its control [ J]. Interna J Non-Linear Mechanics , 2002, **37**(3): 493-504.
- [6] LIU Yan-zhu, YU Hong-jie, CHEN Li-qun. Chaotic attitude motion and its control of spacecraft in elliptic orbit and geomagnetic field[ J]. Acta Astronautica , 2004, **55**(319): 487-494.
- [7] Bobtsov A A, Nikolaev N A. Design of the control of nonlinear systems with functional and parametric uncertainties[ J]. Automation and Remote Control , 2005, **66**(1): 108-118.
- [8] Fradkov A L. Synthesis of adaptive system of stabilization of linear dynamic plants[ J]. Automation and Remote Control , 1974, **35**(12): 1960-1966.
- [9] Fradkov A L, Miroshnik I V, Nikiforov V O. Nonlinear and Adaptive Control of Complex System [ M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.

## Control of Chaotic Oscillations of a Satellite

Alexey Bobtsov, Nikolay Nikolaev, Olga Slita

(Department of Control Systems and Informatics, Saint-Petersburg State University  
of Information Technologies Mechanics and Optics,  
Kronverksky Ave., 49, Saint-Petersburg 197101, Russia)

**Abstract:** Analytical conditions and practical methods of their realization are proposed to solve a problem of a command signal tracking for a nonlinear disturbed system. Nonlinear disturbed plants consisting of linear dynamic block and nonlinear block in feedback were considered. Nonlinear part of the plant and disturbance are unknown and bounded. A possibility of applications of proposed algorithms to control libration angle of satellite was illustrated.

**Key words:** satellite; control of chaotic; signal tracking; libration angle of satellite