

低重环境下液体非线性晃动的稳态响应^{*}

贺元军^{1,3}, 马兴瑞², 王本利¹

(1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 哈尔滨 150002;

2. 中国航天科技集团, 北京 100830;

3. 四川航天技术研究院 研发中心, 成都 610100)

(本刊编委马兴瑞来稿)

摘要: 在俯仰激励作用下, 圆柱贮箱中液体晃动存在平面运动、旋转运动和平面运动中的旋转运动等, 而这些运动的稳定、不稳定区间的分界线与贮箱的半径、充液深度、重力强度、表面张力系数和晃动阻尼等基本系统参数有关. 据此, 首先建立了液体非线性晃动的微分方程组, 并借助变分原理建立了液体压力体积分形式的 Lagrange 函数; 然后将速度势函数在自由液面处作波高函数的级数展开, 通过变分从而导出自由液面运动学和动力学边界条件非线性方程组; 最后用多尺度法求解非线性方程组, 就重力强度对圆柱形贮箱中液体非线性晃动的全局稳态响应的影响进行了详细的理论分析, 并发现系统软硬特性的变化、跳跃和滞后等非线性现象.

关键词: 圆柱形贮箱; 非线性晃动; 低重力; 多尺度法; 稳态响应

中图分类号: V415.4; O322 **文献标识码:** A

引 言

航天器贮箱中的液体晃动是一个复杂的流体动力学过程, 其晃动特性与航天器的稳定方式和过载、贮箱的几何尺寸和形状、晃动阻尼、防晃隔板及其安装位置等诸多因素有关. 对于小幅晃动, 线性化理论不仅能从定量上来分析晃动幅值, 晃动力和力矩; 而且还能定性分析液体的晃动特性; 但对于有限幅和大幅非线性晃动问题, 一般都是通过数值解或者半解析解来加以定量分析, 也有部分作者用近似解析方法对非线性晃动作过定性的研究, 因为解析方法对液体晃动各类非线性动力学现象的验证、发现和理解具有其他方法不可取代的作用, 而运用解析方法研究非线性晃动的关键是在微分描述或者是变分描述中如何巧妙地、适当地引入非线性项, 从而建立起足以反映液体非线性晃动主要矛盾的离散化非线性方程组^[1].

在常重环境下, 很多学者对圆柱形贮箱中液体的非线性晃动作过大量的研究. Hutton^[2]首先用摄动法研究了圆柱形贮箱受横向激励时液体晃动的稳态特性和稳定区间, 并通过试验进行验证; 苟兴宇^[3]用推广的 Galerkin 法发现了同步 Hopf 分叉现象; Komatsu^[4]用多尺度法研究了水平激励时任意形状贮箱中液体的非线性晃动, 其计算结果和试验结果保持了很好的一致性; 尹立中^[5]将其推广到贮箱作俯仰运动中. 在微重环境下, 由于研究的复杂性, 方法的有

* 收稿日期: 2006-04-04; 修订日期: 2007-07-27

基金项目: 国防十五预研资助项目(41320020301)

作者简介: 贺元军(1975—), 男, 重庆云阳人, 博士(联系人, Tel: + 86-28-84803317; E-mail: hithyj@163.com).

效性,使得进展比较缓慢,而更多地依靠试验来获取晃动参数,并用到控制系统设计中. Satterlee 和 Reynolds 1964, Dodge 和 Garza 1967, Bauer 和 Siekmann 1971, Petersen 1989 Bauer 和 Siekmann 1971, Peterson 等 1989 解析研究了圆柱贮箱中液体的线性和非线性晃动; 而 Yeh 1967, Corcus 等 1969, Chu 1970; Dodge 和 Garza 1970; Dodge 等 1991, Hung 和 Lee 1992, Utsumi 1998 和 2000 研究了轴对称性贮箱中液体的晃动^[6]; Utsumi 还研究了泪珠形贮箱中液体的晃动^[7]; 而这些研究的主要是针对静液面的形状,晃动的固有频率与振型,受迫响应,晃动阻尼的确定,晃动液体对器壁的作用力与作用力矩,晃动等效模型的建立,晃动参数的提取及大幅非线性晃动等等问题^[8]. Peterson^[9]研究了微重力情况下圆柱贮箱内液体非线性晃动与航天器结构之间的耦合动力学问题; Van Schoor 和 Crawley 等^[10]对横向非线性晃动及液体-航天器系统非线性耦合进行了试验研究,并在航天飞机 Middeck 上进行了在轨试验^[11]. 数值方面主要采用有限元法、边界元法、任意 Lagrange-Euler 法, MAC 法, VOF 法等对二维和三维晃动问题都作了较多的研究,取得了一些重要的成果^[12].

本文用变分原理建立了微重力环境下液体晃动的压力体积积分形式的 Lagrange 函数; 并将速度势函数在自由液面处作波高函数的级数展开,从而导出自由液面运动学和动力学边界条件非线性方程组,并用多尺度法对其进行了解析研究,分析了系统的幅频响应特性随 Bond 数的变化规律、跳跃和滞后等非线性晃动现象,并进行了理论分析.

1 动力学模型

假定圆柱贮箱的半径为 a , 内充深度为 h 的无旋、不可压缩液体,如图 1. 只考虑贮箱绕 y 轴作俯仰运动的情形,以转动中心为坐标原点建立惯性坐标系 $OXYZ$ 以及随贮箱运动的固联坐标系 $oxyz$, 此时, $z = f(r) + e - C_0$ 为自由静液面, 其中 $f(r)$ 为重力下的微静液面, e 为常重力下转动中心到静液面的距离, 而 C_0 为微重力下静液面的最低点到常重力下静液面的距离. $\eta(r, \theta, t)$ 为波高函数.

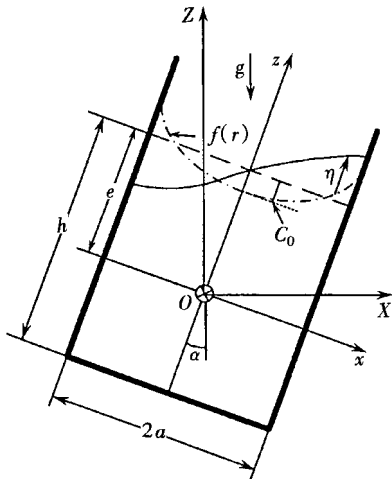


图 1 贮箱模型和坐标系

贮箱的运动规律:

$$\alpha = \theta_0 \sin \Omega t \tag{1}$$

其中: α 为贮箱的偏转角度, θ_0 为幅值, Ω 为转动角频率.

选圆柱贮箱的半径 a 为特征长度,进行无量纲化.

于是令: $r/a = r, z/a = z, \eta/a = \eta, h/a = h, a\omega^2/g = \omega^2, \sqrt{ga}\Phi = \Phi, B_0 = \rho ga^2/\sigma^*$. 后面为书写方便,将上的小横线省去. 根据位势理论,得到描述液体晃动的动力学边值问题:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (\text{在 } V \text{ 中}), \tag{2}$$

$$\Phi = (\Omega \times r) \cdot e_r = \Omega \cos \theta \quad (r = 1), \tag{3}$$

$$\Phi = (\Omega \times r) \cdot k = -\Omega \cos \theta \quad (\text{在 } z = e - h \text{ 上}), \tag{4}$$

$$\eta = (\nabla \Phi - \Omega \times r) \cdot \nabla \eta \quad (\text{在 } S_f \text{ 上}), \tag{5}$$

$$\frac{2H}{B_0} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 - \eta + (\Omega \times r) \cdot \nabla \Phi = 0, \quad (\text{在 } S_f \text{ 上}), \tag{6}$$

$$\eta = C_1 \text{sgn}(\eta), r = 1, z = f(1), \tag{7}$$

式中 Φ 为速度势函数, Φ 和 η 的小标分别为相应的导数, 下同. V 为液体体积, S_f 为自由液面. σ^* 为气液接触面的表面张力系数, C_1 为接触角迟滞系数, B_0 为 Bond 数, $2H$ 为自由液面的平均曲率:

$$2H = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{r\eta}{(1+(f_r)^2)^{3/2}} \right\} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\eta_\theta}{(1+(f_r)^2)^{1/2}} \right\}, \quad (8)$$

式中 f_r 表示 $f(r)$ 对 r 的导数.

1.1 变分原理

将 Luke^[12] 所提出的驻定压力原理推广, 使其适用于液体受迫响应. 将 Lagrange 函数表示为液体压力的体积分形式. 由变分原理得到:

$$\delta J = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(\Phi, \eta) \cdot dt, \quad (9)$$

其中

$$L(\Phi, \eta) = - \iiint_V \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\dot{\Phi})^2 - \frac{2H}{B_0} + \mathbf{g}_e \cdot \boldsymbol{\eta} - (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot \dot{\Phi} \right\} dV, \quad (10)$$

其中: $\Phi(r, \theta, z, t)$ 和 $\eta(r, \theta, t)$ 在时间 t_1 和 t_2 时刻有 $\delta\Phi = 0$, $\delta\eta = 0$, \mathbf{g}_e 表示重力加速度的方向. 对上述 Lagrange 函数变分可以得到方程(2)至方程(6).

1.2 液体的非线性晃动

在 Komatsu 思想^[4] 的启发下, 将液体的压力体积分形式的 Lagrange 函数进行积分, 并在自由表面处作 η 的幂级数展开, 并保留到四阶, 方程(10)变为:

$$\begin{aligned} L = & \iint_{S_0} \left[\left(\Phi + \eta \cdot \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_z \cdot \frac{\dot{\eta}}{2} \right) \eta - \frac{1}{2} \Phi \cdot \Phi - \frac{(\dot{\Phi})^2}{2} \cdot \eta - \right. \\ & \frac{\dot{\eta}^2}{2} \left[\dot{\Phi} \cdot \Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] - \Phi \Omega \cos \theta + \eta \cdot [(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot \dot{\Phi}] + \\ & \frac{\dot{\eta}^2}{2} \left[\frac{\partial (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \cdot \dot{\Phi}}{\partial z} \right] + r \sin \alpha \cos \theta \eta - \cos \alpha \cdot \frac{\dot{\eta}^2}{2} - \cos \alpha \cdot e \dot{\eta} - \\ & \left. \frac{1}{B_0} \cdot (2H) - \frac{1}{B_0} \frac{\partial (2H)}{\partial z} \cdot \eta \right] dS - \\ & \frac{1}{2} \int (\Phi \Omega \cos \theta) dS |_{r=a} - \frac{1}{2} \int (\Phi \Omega \cos \theta) dS |_{z=e-h}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\eta = \eta + f(r) - C_0$, S_0 为圆柱形贮箱的水平截面, 由此可见, 在自由表面 S_f 的积分已经转化为在水平静液面 S_0 的积分.

将速度势函数 Φ 和波高函数 η 表示为如下特征函数的和:

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \Phi_0 \Omega + \sum_n a_n \phi_n(r, \theta, z), \quad \eta(r, \theta, t) = \sum_n b_n \phi_n(r, \theta, 0), \quad (12)$$

其中 $\phi_n(r, \theta, z)$ 是液体运动的第 n 阶特征模态, $\phi_n(r, \theta, 0)$ 表示液体自由表面的第 n 阶特征模态, $\Phi_0 \Omega$ 考虑非均匀边界条件, 求解线性化方程(2)至方程(6), 可得到 $\Phi_0^{[5]}$:

$$\Phi_0 = a^2 \left[\frac{z}{a} \cdot \frac{r}{a} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\text{ch}[k_{1n}(z+h)] - 2\text{ch}[k_{1n}z]}{\xi_{1n}(\xi_{1n}^2 - 1) \text{sh}(k_{1n}h)} \right] \cdot \frac{J_1(k_{1n}r)}{J_1(\xi_{1n})} \right] \cos \theta, \quad (13)$$

其中 J 为第一类 Bessel 函数.

将(12)式代入方程(11)中进行积分, L 最后表示为:

$$\begin{aligned} L = & \sin \alpha \cdot \tau - 0.5 \cos \alpha \cdot W^* + \sum_i (\Omega \beta_i \delta_i + \alpha_i \beta_i \tau - 0.5 \Omega \lambda \alpha_i \delta - 0.5 \lambda \alpha_i^2 \beta_i - \\ & \Omega \alpha_i \tau_i + \sin \alpha \cdot b_i \tau_i - 0.5 \cos \alpha \cdot b_i^2 \beta_i + 0.5 \alpha_i \zeta_i + 0.5 \alpha_i \zeta_i^* + \Omega \alpha_i W_i - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Omega a_i V_i - \Omega \lambda a_i U_i - \cos a \cdot b_i P_i + 0.5 \Omega a_i Q_i + 0.5 \Omega \lambda a_i Q_i' - 0.5 \Omega a_i O_i - \\
& 0.5 \Omega \lambda a_i O_i' - 0.5 \Omega k_i a_i P_i^l + \sum_{i,j} (\lambda X_{ij} - 0.5 \Omega k_i Y_{ij}^*) a_i b_j + \\
& (\Omega E_{ij}^* - \Omega F_{ij}^* - \Omega \lambda E_{ij}^* - 0.5 P_{ij} - 0.5 O_{ij} - \Omega W_{ij}^l + \Omega \lambda V_{ij}^l - \Omega \lambda U_{ij}^l - \\
& \Omega P_{ij}^l - \Omega k_i O_{ij}^l) a_i b_j - (0.5 \lambda R_{ij}^l + 0.5 \lambda X_{ij} + 0.5 \lambda S_{ij}^l + 0.5 \lambda k_j Y_{ij}^*) a_i a_j + \\
& \sum_{i,j,k} (\lambda \alpha_{ij}^k + k_i T_{ijk}^l) a_i b_j b_k - 0.5 (\beta_{ij}^k + \gamma_{ij}^k + \lambda S_{ijk} + \lambda \gamma \alpha_{ij}^k + \lambda k_j T_{ijk}^l) a_i b_j b_k + \\
& 0.5 \Omega (H_{ijk}^* + \lambda I_{ijk}^* - J_{ijk}^* - \lambda K_{ijk}^* - k_i L_{ijk}^* - \lambda R_{ijk}) a_i b_j b_k + \\
& \sum_{i,j,k,l} (0.5 k_i a_i b_j b_k b_l \Gamma_{ij}^{kl} - 0.5 (\lambda \Lambda_{ij}^{kl} + \lambda \Delta_{ij}^{kl} + \lambda k_i \Gamma_{ij}^{kl}) a_i b_j b_k b_l), \quad (14)
\end{aligned}$$

其中“·”表示对时间的导数,所有出现的新符号见附录.

将得到的 Lagrange 函数 L 代入到变分方程中,可以导出下面的非线性耦合常微分方程组:

$$\beta_m (\lambda a_m - b_m) = R_m^I + \sum_i R_i^I + \sum_{i,j} R_{i,j}^I + \sum_{i,j,k} R_{i,j,k}^I, \quad (15)$$

$$\beta_m (\alpha_m + b_m) = R_m^{II} + \sum_i R_i^{II} + \sum_{i,j} R_{i,j}^{II} + \sum_{i,j,k} R_{i,j,k}^{II}, \quad (16)$$

其中 $R_m^I, \dots, R_{i,j,k}^{II}$ 表示各对应项系数之和,在此没有给出. 方程(15)给出了自由表面的运动学和动力学边界条件.

2 非线性晃动方程组的求解

利用多尺度方法求解,引入独立变量:

$$T_n = \varepsilon^n t \quad (n = 0, 1, 2),$$

其中 ε 是运动幅度的度量,为有限小量. 响应假定为 $O(\varepsilon)$, 则上述方程的解可表示成为具有下述形式的表达式

$$\begin{aligned}
a_k(t) = & \varepsilon a_{k1}(T_0, T_1, T_2, \dots) + \varepsilon^2 a_{k2}(T_0, T_2, T_3, \dots) + \\
& \varepsilon^3 a_{k3}(T_0, T_1, T_2, \dots) + \dots, \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_k(t) = & \varepsilon b_{k1}(T_0, T_1, T_2, \dots) + \varepsilon^2 b_{k2}(T_0, T_2, T_3, \dots) + \\
& \varepsilon^3 b_{k3}(T_0, T_1, T_2, \dots) + \dots \quad (18)
\end{aligned}$$

将方程(17)和方程(18)代入方程(15)和方程(16)中,令 $\varepsilon, \varepsilon^2, \varepsilon^3$ 各项的系数为0(详细求解过程可参考 Komatsu^[4] 的(17)式至(30)式),首先求解 $\varepsilon, \varepsilon^2$ 等于0的方程组,可以得到:

$$a_{m1}(T_0, T_1, T_2, \dots) = A_m e^{i\omega_m T_0} + cc, \quad (19)$$

$$b_{m1}(T_0, T_1, T_2, \dots) = -i\omega_m A_m e^{i\omega_m T_0} + cc, \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
a_{m2} = & \sum_{i,j} [E_{1,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^+ + \omega_j^-)T_0} + E_{2,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^- + \omega_j^+)T_0} + \\
& iE_{3,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^+ - \omega_j^-)T_0} + iE_{4,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^- - \omega_j^+)T_0}] + cc, \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_{m2} = & \sum_{i,j} [F_{1,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^+ + \omega_j^-)T_0} + F_{2,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^- + \omega_j^+)T_0} + \\
& iF_{3,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^+ - \omega_j^-)T_0} + iF_{4,\bar{y}}^m A_i A_j e^{i(\omega_i^- - \omega_j^+)T_0}] + cc, \quad (22)
\end{aligned}$$

其中 ω_m 为第 m 阶的特征圆频率, A_m 为复幅值, i 为虚数单位(下标除外); $E_{1,\bar{y}}^m, E_{2,\bar{y}}^m, E_{3,\bar{y}}^m, E_{4,\bar{y}}^m, F_{1,\bar{y}}^m, F_{2,\bar{y}}^m, F_{3,\bar{y}}^m, F_{4,\bar{y}}^m$ 为实数,“cc”代表前项的复共轭.

然后将 $a_{m1}, b_{m1}, a_{m2}, b_{m2}$ 代入 ε^3 等于0的方程组中,消去 b_{m3} 项得到:

$$\beta_m (D_0^2 a_{m3} + \lambda_m a_{m3}) = -D_0 Q_m - i\omega_m \cdot 2D_2 A_m e^{i\omega_m T_0} +$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i,j,p,q} \delta_1(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^+ \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \sum_{i,j,s,t} \delta_5(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^+ \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + \\
& \sum_{i,j,k} h_1(m; i, j, k) A_i A_j A_k e^{i(\omega_i^+ \omega_j^+ \omega_k^+) T_0} + \sum_{i,j,p,q} \delta_2(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(-\omega_i^+ \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \\
& \delta_3(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^+ \omega_p^- \omega_q^-) T_0} + \delta_4(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^- \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \\
& \sum_{i,j,s,t} \delta_6(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(-\omega_s^+ \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + \delta_7(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^+ \omega_t^- \omega_j^-) T_0} + \\
& \delta_8(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^- \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + i \sum_{i,j,p,q} \lambda_1(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^+ \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \\
& i \sum_{i,j,s,t} \lambda_5(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^+ \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + i \sum_{i,j,p,q} \lambda_2(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(-\omega_i^+ \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \\
& \lambda_3(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^+ \omega_p^- \omega_q^-) T_0} + \lambda_4(m; i, j; p, q) A_i A_p A_q e^{i(\omega_i^- \omega_p^+ \omega_q^+) T_0} + \\
& i \sum_{i,j,s,t} \lambda_6(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(-\omega_s^+ \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + \lambda_7(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^+ \omega_t^- \omega_j^-) T_0} + \\
& \lambda_8(m; i, j; s, t) A_s A_t A_j e^{i(\omega_s^- \omega_t^+ \omega_j^+) T_0} + \sum_{i,j,k} h_2(m; i, j, k) A_i A_j A_k e^{i(-\omega_i^+ \omega_k^+ \omega_j^+) T_0} + \\
& h_3(m; i, j, k) A_i A_j A_k e^{i(\omega_i^+ \omega_k^- \omega_j^-) T_0} + h_4(m; i, j, k) A_i A_j A_k e^{i(\omega_i^- \omega_k^+ \omega_j^+) T_0} + cc, \quad (23)
\end{aligned}$$

式中各参数表示各自对应项的系数,限于篇幅,在此未给出. 在下面的分析中,将考虑圆柱贮箱受俯仰激励的频率接近贮箱中液体晃动固有频率时,贮箱中液体晃动的情形. 在外加激励接近于固有频率时,液体自由表面将产生大幅运动,有时产生旋转运动,甚至碎浪,晃动特性非常复杂. 在此,以圆柱贮箱受到横向激励的频率接近贮箱中液体的第一阶固有频率为例,分3种情况讨论圆柱贮箱中液体的非线性晃动.

2.1 平面运动

此时液体运动的第 n 阶特征模态 $\phi_n(r, \theta, z)$ 和液体自由表面的第 n 阶特征模态 $\phi_n(r, \theta, 0)$ 表示为:

$$\begin{aligned}
\phi_n(r, \theta, z) &= \frac{J_n(k_{nm}r)}{J_n(\xi_{nm})} \cdot \frac{\cosh[k_{nm}(z+h)]}{k_{nm} \sinh[k_{nm}h]} \cos(n\theta), \\
\phi_n(r, \theta, 0) &= \frac{J_n(k_{nm}r)}{J_n(\xi_{nm})} \cdot \frac{\cosh[k_{nm}h]}{k_{nm} \sinh[k_{nm}h]} \cdot \cos(n\theta),
\end{aligned}$$

其中 $\xi_{nm} = k_{nm}a$; 波数 k_{nm} 为 n 阶 Bessel 函数的一阶导数的根,即 $J_n'(ka) = 0$.

当贮箱横向激励的圆频率 Ω 在固有频率 ω_m 附近时,可以预见

$$|A_m| \gg |A_i| \quad (i \neq m), \quad (24)$$

方程(23)变为:

$$\begin{aligned}
\beta_m(D_0^2 a_{m3} + g \lambda_m a_{m3}) &= -D_0 Q_m - 2i \omega_m \beta_m \frac{\partial A_m}{\partial T_2} e^{i\omega_m T_0} + C_N A_m^2 e^{i\omega_m T_0} + \\
& C_T A_m^3 e^{i3\omega_m T_0} + i D_N A_m^2 e^{i\omega_m T_0} + i D_T A_m^3 e^{i3\omega_m T_0} + cc, \quad (25)
\end{aligned}$$

其中 C_N, C_T, D_N, D_T 为实数.

由于 A_m 不是 T_1 的函数, Ω 和 ω_m 相差在 ε^2 量级上,引入解谐参数 σ 有:

$$\Omega = \omega_m + \varepsilon^2 \sigma, \quad (26)$$

为求 σ, Q_m, A_m 分别表示为:

$$Q_m = \frac{1}{2} q_m e^{i\Omega t} + cc, \quad A_m = \frac{1}{2} x \cdot e^{\gamma}, \quad (27)$$

其中 q_m, Ω, x, γ 均为实数. 当小参数 ε 取不同量级时,解谐参数 σ 的有效取值范围将会发生很大变化. 将(27)式带入(25)式中,消除永年项,分离虚部和实部得

$$\begin{aligned} \omega_m \beta_m x \frac{\partial y}{\partial T_2} - \frac{1}{2} \Omega q_m \sin(\sigma T_2 - y) + \frac{1}{8} C_N x^3 &= 0, \\ -\omega_m \beta_m \frac{\partial x}{\partial T_2} + \frac{1}{2} \Omega q_m \cos(\sigma T_2 - y) + \frac{1}{8} D_N x^3 &= 0. \end{aligned}$$

用 $\vartheta = \sigma T_2 - y$ 代换这两个方程, 可以变换为一个自治系统:

$$\begin{cases} \omega_m \beta_m x \left[\sigma - \frac{\partial \vartheta}{\partial T_2} \right] + \frac{1}{2} \Omega q_m \sin \vartheta + \frac{1}{8} C_N x^3 = 0, \\ -\omega_m \beta_m \frac{\partial x}{\partial T_2} + \frac{1}{2} \Omega q_m \cos \vartheta + \frac{1}{8} D_N x^3 = 0. \end{cases} \quad (28)$$

对于稳态运动, 有: $\partial x / \partial T_2 = 0$, $\partial \vartheta / \partial T_2 = 0$, 消去方程(28)中的相角 ϑ , 得到频率响应方程为:

$$\sigma = -\frac{C_N}{8 \omega_m \beta_m} x^2 \pm \frac{\sqrt{16 q_m^2 \omega_m^2 - D_N^2 x^6}}{8 \beta_m \omega_m x}. \quad (29)$$

将(29)式变形, 用卡尔丹公式不难得到 x 关于 σ 的解.

解的稳定性可通过小摄动的动态行为来确定. 设

$$x = x_0 + x_p \quad (|x_p| \ll |x_0|), \quad (30)$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + \varphi_p \quad (|\varphi_p| \ll |\vartheta_0|), \quad (31)$$

式中 (x_0, ϑ_0) 代表奇点稳态解, (x_p, φ_p) 为施加于稳态解的小摄动量. 将(30)式, (31)式代入(28)式中, 并保留摄动量的线性部分, 最终整理得到

$$\frac{\partial x_p}{\partial T_2} = \frac{3 D_N x_0^2}{8 \omega_m \beta_m} x_p - x_0 \left\{ \sigma + \frac{C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right\} \varphi_p, \quad (32)$$

$$\frac{\partial \varphi_p}{\partial T_2} = \frac{D_N x_0^2}{8 \omega_m \beta_m} \varphi_p + \frac{1}{x_0} \left\{ \sigma + \frac{3 C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right\} x_p. \quad (33)$$

令小摄动量方程之解为

$$x_p = x_{p0} e^{N T_2}, \quad \varphi_p = \varphi_{p0} e^{N T_2}. \quad (34)$$

将其代入(32)式及(33)式中解得

$$\begin{cases} \lambda^2 - \frac{D_N x_0^2}{2 \omega_m \beta_m} \lambda + \frac{3 D_N^2 x_0^4}{64 \omega_m^2 \beta_m^2} + \left(\sigma + \frac{3 C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right) \left(\sigma + \frac{C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right) = 0, \\ \lambda_{1,2} = \frac{D_N x_0^2}{4 \omega_m \beta_m} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D_N^2 x_0^4}{16 \omega_m^2 \beta_m^2} - 4 \left(\sigma + \frac{3 C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right) \left(\sigma + \frac{C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right)}. \end{cases} \quad (35)$$

系统稳态解在 (σ, x) 平面上的稳定-不稳定分界线

$$\left(\sigma + \frac{3 C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right) \left(\sigma + \frac{C_N}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right) = \frac{D_N^2 x_0^4}{64 \omega_m^2 \beta_m^2}. \quad (36)$$

至此, 二阶近似的稳态动响应:

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, z, t) &= (\varepsilon X) \cos(\Omega t - \varphi) \phi_m(r, \theta, z) - \\ &\frac{1}{2} (\varepsilon X)^2 \sin 2(\Omega t - \varphi) \sum_i F_{1,mm}^i \phi_i(r, \theta, z), \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \eta(r, \theta, t) &= \frac{\omega_m}{g} (\varepsilon X) \sin(\Omega t - \varphi) \phi_m(r, \theta, 0) + \\ &\frac{1}{2} (\varepsilon X)^2 \sum_i [F_{1,mm}^i \cos 2(\Omega t - \varphi) + F_{2,mm}^i] \phi_i(r, \theta, 0), \end{aligned} \quad (38)$$

其中响应相角 $-\varphi$ 可由(28)式解得

$$\varphi = \arctan \frac{C_N X^2 + 8 \omega_m \beta_m \sigma}{D_N X^2}, \quad (39)$$

这就是稳态响应的相频关系式。(37)式表明速度势函数恒定分量为0;而(38)式则表明,波高函数在二阶近似情况下存在恒定分量,即非线性液体晃动稳态响应的零点漂移量。

2.2 恒幅旋转运动

从已有的实验观察及数值分析可知,即使圆柱贮箱仅受 x 方向单向激励,当激励的幅频落在适当范围时,液体将出现旋转运动。此时旋转运动可分为3类:1类是在过渡过程中有面外晃动出现,液面旋转时左时右,但稳态后面外晃动消失;第2类为稳态运动就建立在液面时左时右旋转状态,面内面外晃动都呈现出类似“拍”的现象;第3种情况是液面始终朝一个方向旋转(可能逆时针,亦可能顺时针),但面内面外晃幅对给定的外激励而言是恒定的。这里分析第3类。由于存在与平面运动模态相差 90° 的特征模态,旋转运动表示为:

$$\phi_n(r, \theta, z) = \frac{J_n(k_{nm}r)}{J_n(\xi_{nm})} \frac{\cosh[k_{nm}(z+h)]}{k_{nm} \sinh[k_{nm}h]} (\cos(n\theta) + i \sin(n\theta)),$$

用 $1c$ 和 $1s$ 来代替(23)式中的 m , 并消除永年项,有

$$\begin{aligned} & -2i\omega_1\beta_1 \frac{\partial A_{1c}}{\partial T_2} e^{i\omega_1 T_0} + \frac{1}{2} q_{1c} \Omega e^{i\Omega t} + (C_{N1c} A_{1c} A_{1c} + C_{s1c} A_{1c} A_{1c} + \\ & C_{s2c} A_{1c} A_{1c}) e^{i\omega_1 T_0} + i(D_{N1c} A_{1c} A_{1c} + \\ & D_{s1c} A_{1c} A_{1c} + D_{s2c} A_{1c} A_{1c}) e^{i\omega_1 T_0} + cc = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & -2i\omega_1\beta_1 \frac{\partial A_{1s}}{\partial T_2} e^{i\omega_1 T_0} + (C_{N1s} A_{1s} A_{1s} + C_{s1s} A_{1s} A_{1s} + \\ & C_{s2s} A_{1s} A_{1s}) e^{i\omega_1 T_0} + i(D_{N1s} A_{1s} A_{1s} + \\ & D_{s1s} A_{1s} A_{1s} + D_{s2s} A_{1s} A_{1s}) e^{i\omega_1 T_0} + cc = 0, \end{aligned} \quad (41)$$

其中 ω_1 和 β_1 分别代表 ω_{1c} 、 ω_{1s} 和 β_{1c} 、 β_{1s} 。 C_{s1} 、 C_{s2} 、 D_{s1} 和 D_{s2} 分别为实数。

上面2式表征相差为 90° 的两个模态晃动,理论上联立2式可以确定4个实的未知量,但求解相当困难。从实验结果及数值分析来看,恒幅旋转运动中面内外晃幅并不相等,但相当接近。为了理论处理方便参照文献[4]作以下两个假定:

- 1) 恒幅旋转运动的两个晃幅是严格相等的;
- 2) 恒幅旋转运动中面内面外晃动具有恒定的 90° 相差。于是可令

$$A_{1c} = \frac{1}{2} x \cdot e^{i\varphi}, \quad A_{1s} = -\frac{1}{2} i x \cdot e^{i\varphi} \quad (42)$$

将(41)式两边同乘 i 以加到(40)式,再利用(42)式,类似平面运动的处理,可求得旋转运动的幅频关系和相频关系:

$$\sigma = -\frac{C_N + C_{s1} - C_{s2}}{8 \omega_m \beta_m} x^2 \pm \frac{\sqrt{16 q_m^2 \omega_m^2 - (D_N + D_{s1} - D_{s2})^2 x^6}}{8 \omega_m \beta_m x}, \quad (43)$$

$$\gamma = \arctan \frac{(C_N + C_{s1} - C_{s2}) x^2 + 8 \omega_m \beta_m \sigma}{(D_N + D_{s1} - D_{s2}) x^2}. \quad (44)$$

系统稳态解在 (σ, x) 平面上的稳定-不稳定分界线

$$\left[\sigma + \frac{3(C_N + C_{s1} - C_{s2})}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right] \left[\sigma + \frac{C_N + C_{s1} - C_{s2}}{8 \omega_m \beta_m} x_0^2 \right] = \frac{(D_N + D_{s1} - D_{s2})^2}{64 \omega_m^2 \beta_m^2} x_0^4. \quad (45)$$

由于时左时右的稳态旋转运动难度较大,将单独分析。

2.3 在平面运动中出现旋转运动

在“跳跃”现象发生时或旋转运动出现时,平面运动都变得不稳定.前者已在前面讨论过,下面分析后一种情况,令

$$A_{1c} = \frac{1}{2} x_0 \cdot e^{i\varphi}, A_{1s} = -\frac{1}{2} i x_p \cdot e^{i\varphi} \quad (46)$$

且满足条件

$$|x_p| \ll |x_0|, \quad (47)$$

于是由(40)式、(41)式得到

$$-i\omega_1 \left[\frac{\partial x_0}{\partial T_2} + \frac{\partial x_p}{\partial T_2} + i(x_0 + x_p) \left(\sigma - \frac{\partial \varphi}{\partial T_2} \right) \right] - \frac{1}{2} i \Omega q_1 e^{i\varphi} + \frac{1}{8} x_0^2 [C_N x_0 + (C_{s1} - C_{s2}) x_p] - \frac{i}{8} x_0^2 [D_N x_0 - (D_{s1} - D_{s2}) x_p] = 0. \quad (48)$$

对 A_{1s} 的幅值、相位进行摄动,最终可得系统稳态解在 (σ, x) 平面上的稳定-不稳定分界线

$$\left[\sigma + \frac{3C_N}{8\omega_m \beta_m} x_0^2 \right] \left[\sigma + \frac{C_{s1} - C_{s2}}{8\omega_m \beta_m} x_0^2 \right] = \frac{D_N^2 x_0^4}{64\omega_m^2 \beta_m^2}. \quad (49)$$

根据圆柱贮箱中液体晃动特征波数、特征频率及模态耦合积分系数等的定义,易知 C_N 、 C_{s1} 、 C_{s2} 、 D_N 、 D_{s1} 、 D_{s2} 均为贮箱半径、充液深度、重力场强度以及晃动阻尼的函数.因此,圆柱箱中液体晃动的软硬特性、骨架弯曲程度都将随这些参数发生变化. Waterhouse^[13] 曾专门讨论过软硬特性随充液深度变化而变化的问题.

3 算例与讨论

数值仿真参数如下:贮箱半径 a 为 0.5 m, 贮箱中充水深度 h 为 0.5 m, 转心到液面距离 $e = 0.3$ m, Bond 数在图 3, 图 4 中给出, 俯仰激励 $\theta_0 = 0.1$ rad.

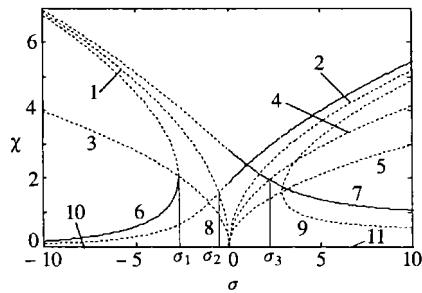


图 2 常重力条件下俯仰激励时液体运动的全局响应曲线^[5]

从图 2 可以发现,对应于一定液体深度,在平面运动时,液体的幅频响应特征为软特性;而在旋转运动时,液体的幅频响应特征为硬特性;两种运动的左、右侧响应曲线与各种稳定-不稳定边界存在多个交点,其中有 3 个交点 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 具有重要的物理意义,它们是物理可实现运动与不可实现运动的分界点;而图 3 中则发现随着 Bond 数的减小,在平面运动情况下,液体的幅频响应特征由软特型转变为硬特性;而在旋转运动情况下,液体的幅频响应特征由硬特性转变成软特性;引起这种变化的原因一方面是重力和表面张力在晃动过程中不断

权衡的结果,另一方面是液体的表面张力效应,因为液体是有粘性的,在表面张力和接触角迟滞的共同作用下,使液体沿着箱壁不断上升,致使更多的液体依附于壁面,液面上升,液体晃动质量降低,从而液体晃动特性发生了显著的变化.另外系统幅频特性的软硬特性变化,将使系统出现不同程度的“跳跃”和“滞后”现象.

另外,需要指出的是在常重力条件下,平面运动、旋转运动的响应曲线和不稳定区域非常清楚,而随着 Bond 的不断减小,这些曲线两两之间间距越来越小,各种运动形式之间的区别就越来越小,因此外在条件的微小变化,将导致系统特性发生较大的变化,甚至“突变”,如在图 3 中,随着外激励的变化,当 Bond=25, $\sigma = \sigma_4$ 和 Bond=10, $\sigma = \sigma_5$ 旋转运动达到最大幅度时,将发生旋转运动到平面运动的“跳跃”现象,这是在不同运动类型之间发生的“跳跃”现象.图 4

给出了运动的稳定区域, 重力条件不同, 稳定区域和形式都有较大的不同, 图中并没有给出 Bond= 10 时平面运动的稳定区域, 原因是系统运动软硬特性发生了变化, 原有分析方法不能得到系统稳定区域, 需要采用另外的方法进行研究.

表 1 图 2, 图 3 中曲线和区域的说明

曲线或区域	说明	方程
1	平面运动的骨架曲线	(29)
2	旋转运动的骨架曲线	(43)
6, 7	平面运动的响应曲线	(29)
8, 9	旋转运动的响应曲线	(43)
3~ 1	平面运动的不稳定区域(产生跳跃现象)	(36)
1~ 4	平面运动的不稳定区域(出现旋转运动)	(49)
2~ 5	旋转运动的不稳定区域(产生跳跃现象)	(45)
10- 1, 4- 11	旋转运动的不稳定区域(旋转运动衰减)	(49)

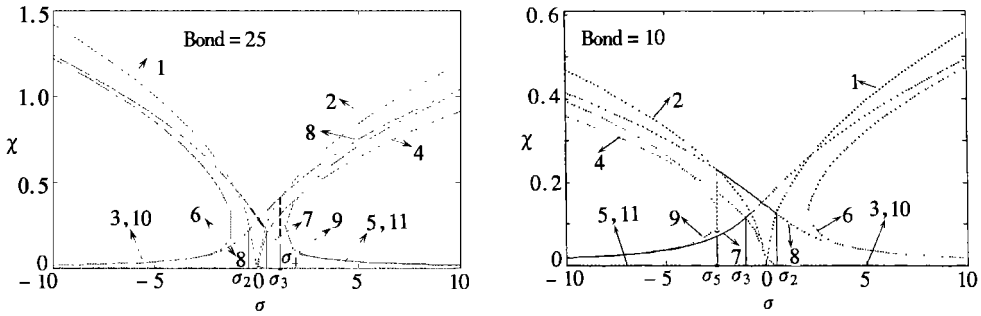


图 3 不同 Bond 数下俯仰激励时液体运动的全局响应曲线

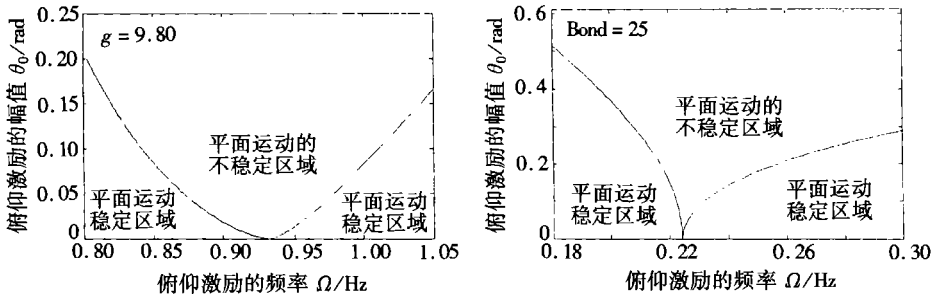


图 4 不同重力条件下俯仰运动圆柱贮箱中液体平面运动稳定-不稳定区域示意图

4 结 论

俯仰激励圆柱贮箱中液体非线性稳态晃动包括平面内晃动、旋转晃动及非恒幅运动等几种类型. 平面运动可能因“跳跃”而失稳, 也可能经面外运动发散而转化为旋转运动; 旋转运动类似. 这些晃动运动与圆柱贮箱半径、充液深度、重力加速度、表面张力系数和晃动阻尼等系统参数有关, 因此, 各种运动类型的运动骨架曲线的软硬特性、弯曲程度及各种稳定-不稳定边界也将随这些系统参数的变化而改变;

在 (σ, χ) 平面内给出平面运动及旋转运动的响应曲线及各种稳定-不稳定边界, 可以清楚地反映出重力条件变化对液体稳态动力学行为的影响. 随着 Bond 数的减小, 在平面运动情

况下,液体的幅频响应特征由软特型转变为硬特性;而在旋转运动情况下,液体的幅频响应特征由硬特性转变成软特性,即不同的运动形式、不同的重力条件,系统的特性将会发生明显的变化.

附 录

$$\begin{aligned} \lambda_i &= k_i \tanh k_i h, \quad \tau = \int r \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad W^* = \int [f(r) - C_0]^2 ds, \quad \beta_i = \int \phi_i^2 ds, \\ \zeta_i &= \int \phi_z \cos \theta ds \Big|_{r=a}, \quad \zeta_i^* = \int \phi_r \cos \theta ds \Big|_{z=e-h}, \quad \delta_i = \int \phi_i \Phi_0 ds, \quad \tau_i = \int r \cos \theta \phi_i ds, \\ \phi_i &= \frac{\partial \phi_i}{\partial r}, \quad x_i = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta}, \quad W_i = \int \phi_i \cdot z \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad V_i = \int x_i \cdot \frac{z \sin \theta}{r} [f(r) - C_0] ds, \\ U_i &= \int \phi_i \cdot r \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad P_i = \int \phi_i [f(r) - C_0] ds, \quad Q_i = \int \phi_i \cos \theta [f(r) - C_0]^2 ds, \\ Q_i^l &= \int \phi_i \cdot z \cos \theta [f(r) - C_0]^2 ds, \quad O_i = \int x_i \cdot \sin \theta [f(r) - C_0]^2 ds, \\ O_i^l &= \int x_i \cdot z \sin \theta [f(r) - C_0]^2 ds, \quad P_i^l = \int \phi_i \cdot r \cos \theta [f(r) - C_0]^2 ds, \\ X_{ij} &= \int \phi_i \phi_j [f(r) - C_0] ds, \quad P_{ij} = \int \phi_i \phi_j [f(r) - C_0] ds, \quad O_{ij} = \int x_i x_j [f(r) - C_0] ds, \\ W_{ij}^l &= \int \phi_i \phi_j \cdot \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad V_{ij}^l = \int \phi_i \phi_j \cdot z \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad U_{ij}^l = \int x_i \phi_j \cdot z \sin \theta [f(r) - C_0] ds, \\ P_{ij}^l &= \int x_i \phi_j \cdot \sin \theta [f(r) - C_0] ds, \quad O_{ij}^l = \int \phi_i \phi_j \cdot r \cos \theta [f(r) - C_0] ds, \quad R_{ij}^l = \int \phi_i \phi_j [f(r) - C_0]^2 ds, \\ S_{ij}^l &= \int x_i x_j [f(r) - C_0]^2 ds, \quad E_{ij}^* = \int \phi_i \phi_j \cdot z \cos \theta ds, \quad F_{ij}^* = \int x_i \phi_j \cdot z \sin \theta ds, \quad G_{ij}^* = \int \phi_i \phi_j \cdot r \cos \theta ds, \\ Y_{ij}^* &= \int \phi_i \phi_j [f(r) - C_0]^2 ds, \quad \beta_{ij}^k = \int \phi_i \phi_j \phi_k ds, \quad \gamma_{ij}^k = \int x_i x_j \phi_k ds, \quad \alpha_{ij}^k = \int \phi_i \phi_j \phi_k ds, \\ H_{ijk}^* &= \int \phi_i \phi_j \phi_k \cdot \cos \theta ds, \quad I_{ijk}^* = \int \phi_i \phi_j \phi_k \cdot z \cos \theta ds, \quad J_{ijk}^* = \int x_i \phi_j \phi_k \cdot \sin \theta ds, \\ K_{ijk}^* &= \int x_i \phi_j \phi_k \cdot z \sin \theta ds, \quad L_{ijk}^* = \int \phi_i \phi_j \phi_k \cdot r \cos \theta ds, \quad T_{ijk}^l = \int \phi_i \phi_j \phi_k [f(r) - C_0] ds, \\ R_{ijk} &= \int \phi_i \phi_j \phi_k [f(r) - C_0] ds, \quad S_{ijk} = \int x_i x_j \phi_k [f(r) - C_0] ds, \quad \Gamma_{ij}^k = \int \phi_i \phi_j \phi_k ds, \\ \Lambda_{ij}^k &= \int \phi_i \phi_j \phi_k ds, \quad \Delta_{ij}^k = \int x_i x_j \phi_k ds, \quad \Pi_{ij}^k = k_j^2 \Gamma_{ij}^k, \quad \Lambda_{ij}^{kl} + \Delta_{ij}^k. \end{aligned}$$

[参 考 文 献]

- [1] 马兴瑞,王本利,苟兴宇,等.航天器动力学——若干问题进展及应用[M].北京:科学出版社,2001,1-29.
- [2] Hutton R E. An investigation of resonant, nonlinear, nonplanar free surface oscillations of a fluid [R]. NASA TN D-1870, 1963
- [3] GOU Xing-yu, MA Xing-rui, WANG Ben-li, et al. Synchronous Hopf bifurcation and damping osmosis phenomena of a liquid-spacecraft nonlinear coupling system[J]. AIAA J, 2001, 39(2): 225-232.
- [4] Komatsu K. Nonlinear sloshing analysis of liquid in tanks with arbitrary geometries[J]. Internat J Nonlinear Mechanics, 1987, 22(3): 193-207.
- [5] YIN Li-zhong, WANG Ben-li, MA Xing-rui, et al. The nonlinear sloshing of liquid in tank with pitching [J]. Transaction of ASME, J Appl Mech, 1999, 66(4): 1032-1034.
- [6] Utsumi M. Low-gravity propellant slosh analysis using spherical coordinates[J]. Journal of Fluids and Structures, 1998, 12: 57-83.
- [7] Utsumi M. Development of mechanical models for propellant sloshing in teardrop tanks[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37(5): 597-603.
- [8] Snyder H A. Sloshing in microgravity[J]. Cryogenics, 1999, 39: 1047-1055.

- [9] Peterson L D, Crawley E F, Hansman R J. The nonlinear dynamics of a spacecraft coupled to the vibration of a contained fluid[J]. AIAA paper 88-2470, Apr 1988.
- [10] Van Schoor M C, Crawley E F. Nonlinear forced-response characteristics of contained fluids in microgravity[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1995, 32(3): 521-532.
- [11] 岳宝增, 刘延柱, 王照林. 三维液体大幅晃动及其抑制的数值模拟[J]. 上海交通大学学报, 2000, 34(8): 1036-1039.
- [12] Luke J C. A variational principle for a fluid with a free surface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 27(2): 395-397.
- [13] Waterhouse D D. Resonant sloshing near a critical depth[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 281: 313-318.

Stable Response of the Low-Gravity Liquid Non-Linear Sloshing in a Circle Cylindrical Tank

HE Yuan-jun^{1,3}, MA Xing-rui², WANG Ben-li¹

- (1. Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, P. R. China;
2. China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100830, P. R. China;
3. R & D, Sichuan Academy of Aerospace Technology, Chengdu 610100, P. R. China)

Abstract: Under pitch excitation, the sloshing of liquid in circular cylindrical tank includes planar motion, rotary motion and rotary motion inside planar motion. The boundaries between stable motion and unstable motion depend on the radius of the tank, the liquid height, the gravitational intension, the surface tensor and the sloshing damping. The differential equations of nonlinear sloshing are built first. And by variational principle, the Lagrange function of liquid pressure is constructed in volume intergration form. Then the velocity potential function is expanded in series by wave height function at the free surface. The nonlinear equations with kinematics and dynamics free surface boundary conditions through variation are derived. At last, these equations are solved by multiple-scales method. The influence of Bond number on the global stable response of nonlinear liquid sloshing in circular cylinder tank is analyzed in detail. Variations of amplitude frequency response characteristics of the system with Bond, jump, lag and other nonlinear phenomena of liquid sloshing are investigated.

Key words: circle cylindrical tank; nonlinear sloshing; low-gravity; multiple scales; stable response