

地震动瞬时谱估计的 Unscented Kalman 滤波方法*

李英民^{1,2}, 董银峰¹, 赖 明³

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045;

2. 重庆大学 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045,

3. 建设部 科技司, 北京 100835)

(陈山林推荐)

摘要: 用时变 ARMA 模型描述地震动时程, 提出了采用 Unscented Kalman 滤波技术实现地震动瞬时谱估计的思路。算例分析表明, Unscented Kalman 滤波方法较 Kalman 滤波方法适用范围广, 具有较高的时间和频率分辨率, 能够更好地跟踪地震动的局部特性, 适合处理非线性模型或有突变特性的模型的辨识问题。不同阶数 ARMA 模型的估计结果还表明, 以往被忽略的 ARMA 模型的理论频率分辨率对地震动瞬时谱估计精度有重要影响, 应作为一个参考指标在 ARMA 模型的判阶中加以考虑。

关键词: Unscented Kalman 滤波; 地震动; 瞬时谱; 时变 ARMA 模型

中图分类号: O211.64; P315.3 **文献标识码:** A

引 言

近年来的研究表明, 用来描述地震动工程特性三要素的传统参数并不总是足以构成工程结构的控制地面运动特征, 而其它一些特性(如强度和频率非平稳特性)对于结构地震反应特别是非线性反应在一定情况下同样具有不可忽略的影响。对于这些特性, 研究者从不同的角度相继提出了一些指标来描述, 如用穿零率描述频率非平稳特性, 用瞬时谱同时从时域和频域描述强度和频率非平稳特性等^[1]。其中, 瞬时谱是描述强度和频率非平稳特性非常有效的概念, 可以直观地反映地震动能量在时域和频域的分布。因而, 地震动的瞬时谱估计成为目前地震动工程特性研究的一个重要方向, 瞬时谱的精确估计及其衰减规律研究是这一研究的难点。

概括研究者所提出的各种地震动瞬时谱估计方法, 基本可分为非参数化方法和参数化方法两类。非参数化方法主要有时频分析(分布)方法(如短时傅氏变换、谱图、Wigner-Ville 分布、Choi+Williams 分布以及基于高阶累积量的双谱或多谱等高阶谱分析方法)、演变谱方法、小

* 收稿日期: 2006-09-20; 修订日期: 2007-09-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50008017); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCEF-06-0765)

作者简介: 李英民(1968-), 男, 山东人, 教授, 博士生导师(联系人, Tel: + 86-23-65121991; E-mail: liyingmin@cqu.edu.cn)。

波变换方法以及 HHT 方法等^[14]; 参数化方法主要指基于 ARMA 模型的现代谱估计方法。参数化方法因分辨率高、谱曲线光滑、便于谱特性模型化及衰减规律研究等优点, 受到更多的重视^[1,5]。

参数化方法一般包括以下 4 个步骤: 1) 地震动的时变 ARMA 模型建模; 2) 时变 ARMA 模型的状态-空间模型表示; 3) 通过状态-空间模型的估计得到时变 ARMA 模型的参数; 4) 根据时变 ARMA 模型的参数计算地震动瞬时谱。其中, 状态-空间模型的估计是核心, 估计方法的优劣及估计精度的好坏将直接影响到参数化方法的精度及可靠性, 选择适当的估计方法是参数化方法的关键所在。

常用状态-空间模型的估计方法有 Kalman 滤波类方法^[2,5,9]、Grid 滤波方法和 Particle(Monte Carlo) 滤波方法^[9,10]等。其中, Kalman 滤波类方法包括标准 Kalman 滤波方法(KF)^[2,5,9]、均方根 Kalman 滤波方法(SRKF)^[8,9]、扩展 Kalman 滤波方法(EKF)^[8,9,11]、最小均方方法(LMS)、递归最小二乘(遗忘因子)方法(RLS)^[8]、平滑滤波方法^[9]等, 此类方法计算过程较简便, 对于 Gauss 白噪声驱动的线性状态-空间模型虽理论上可得到最小二乘意义下的最优估计, 但实际应用中其精度同时也强烈地依赖于噪声方差的估计精度。更为重要的是, 在非 Gauss 白噪声驱动或非线性状态-空间模型条件下, 由于驱动白噪声的 Gauss 化近似或非线性状态-空间模型的线性化近似, 可能导致次优的估计结果甚至滤波发散。如一些研究已经指出, 对于地震动时程其驱动噪声更符合 Cauchy 分布而非 Gauss 分布, 此时使用此类方法必然会带来一定误差^[12]。Grid 滤波方法和 Particle 滤波方法的适用条件不受 Gauss 化和线性化的限制, 是基于 Bayes 概率准则框架下的通用化状态估计方法, 但这两类方法需根据先验给定的状态概率分布通过大量随机采样实现状态及其方差的估计, 计算量大, 计算精度强烈地依赖于状态概率分布的先验知识, 这严重地制约了它们在实际中的应用。

近年来提出的 Unscented Kalman 滤波方法(UKF)受到了关注。该方法通过对少量的确定性采样(Sigma 点)进行 Unscented 变换以实现对状态及方差的估计, 具有适用范围广、计算简单、对状态及其方差估计精度高等优点^[9,11]。为此, 本文采用该方法进行状态-空间模型的估计以实现地震动瞬时谱的估计。

1 地震动的时变 ARMA 模型建模及瞬时谱估计

1.1 地震动的时变 ARMA 模型建模

一般地, 地震动时程 y_k 可用时变 ARMA(p, q) 模型表示:

$$y_k - \phi_{1,k}y_{k-1} - \dots - \phi_{p,k}y_{k-p} = e_k - \theta_{1,k}e_{k-1} - \dots - \theta_{q,k}e_{k-q}, \quad (1)$$

式中: e_k 为驱动白噪声且其均值和方差分别为 0 和 σ_k^2 ; σ_k 也称为包线函数; $\{\phi_{i,k}, i = 1, 2, \dots, p\}$ 为时变自回归参数; $\{\theta_{i,k}, i = 1, 2, \dots, q\}$ 为时变移动平均参数; p 和 q 分别为模型自回归和移动平均阶数; 下标 k 表示时刻 $t = k\Delta t$; Δt 为采样间隔。

引入后推算子 B , 即令 $B^n y_k = y_{k-n}$, $B^n e_k = e_{k-n}$, 则式(1)可简化为

$$\Phi_k(B)y_k = \Theta_k(B)e_k. \quad (2)$$

对于平稳 ARMA 模型, 即多项式 $|\Phi_k(B)| = 0$ 的根均在复平面单位圆外, 进一步有

$$y_k = \Phi_k^{-1}(B)\Theta_k(B)e_k = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_{i,k}e_{k-i}, \quad (3)$$

表明: 一个 ARMA 模型等价于一个无限冲激响应滤波器(IIR); 地震动时程 y_k 可认为是 IIR 的

输出, 即 Gauss 白噪声输入下一个时变线性系统的输出。其中, $\Psi_{i,k}$ 为脉冲响应函数, 可由 ARMA 模型参数迭代计算得到^[13]。

1.2 地震动的瞬时谱估计

ARMA 模型的功率谱仅取决于 ARMA 模型参数, 其瞬时谱为

$$p(f, k) = 2\sigma_k^2 \frac{|\Theta(e^{-i2\pi f \Delta t})|^2}{|\Phi(e^{-i2\pi f \Delta t})|^2} \Delta t = 2\sigma_k^2 \frac{|1 - \theta_{1,k} e^{-i2\pi f \Delta t} - \dots - \theta_{q,k} e^{-i2\pi q f \Delta t}|^2}{|1 - \phi_{1,k} e^{-i2\pi f \Delta t} - \dots - \phi_{p,k} e^{-i2\pi p f \Delta t}|^2} \Delta t, \quad (4)$$

式中: f 表示频率 (Hz) 且 $f \in [0, f_{Nyq}]$; $f_{Nyq} = f_s/2$ 为 Nyquist 频率; f_s 为采样频率, $f_s = 1/(\Delta t)$ 。

1.3 时变 ARMA 模型的判阶

地震动的瞬时谱仅取决于 ARMA 模型参数, 显然 ARMA 模型的阶数选择是瞬时谱估计中需考虑的一个重要因素。对于时不变 ARMA 模型, 根据线性系统的最小实现原则, 采用 AIC、FPE 等准则及相应算法可方便地实现 ARMA 模型的节俭化判阶^[14-15]。对于时变 ARMA 模型, AIC、FPE 等准则将不再适用, ARMA 模型从理论上讲也可能是时变的, 这就为 ARMA 模型的判阶带来了很大困难。为简便, 实际应用中常假定阶数不变, 用参数的时变性反映谱特征的时变性。因此, 在地震动的瞬时谱估计中, 可根据地震动的谱特性和 ARMA 模型的理论分辨力、有效工作区间及谱峰特性选择适当的阶数, 以使感兴趣的谱峰落在 ARMA 谱的有效频率分辨率内^[16]。

2 时变 ARMA 模型的状态-空间模型表示

时变 ARMA 模型可用以下离散状态-空间模型表示^[2, 13]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (5)$$

$$y_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{x}_{k+1} + e_{k+1}, \quad (6)$$

式中: $(p+q) \times 1$ 的列向量 $\mathbf{x}_k = [\phi_{1,k}, \dots, \phi_{p,k}, -\theta_{1,k}, \dots, -\theta_{q,k}]^T$ 称为状态向量; $(p+q) \times 1$ 的列向量 $\mathbf{v}_k = [v_{1,k}, \dots, v_{p+q,k}]^T$ 称为过程噪声, 其均值和方差分别为 0 和 \mathbf{Q}_k , 且 \mathbf{Q}_k 为 $(p+q) \times (p+q)$ 的方阵; $(p+q) \times 1$ 的列向量 $\mathbf{H}_k = [y_{k-1}, \dots, y_{k-p}, e_{k-1}, \dots, e_{k-q}]^T$ 称为观测向量; e_k 为观测噪声。式(5)称为状态方程, 它表示了系统不可测状态随时间的演变机制; 式(6)称为观测方程, 它表示了对系统不可测状态的有噪声观测。通常, 假定 \mathbf{v}_k 与 e_k 互不相关。 \mathbf{x}_k 和 \mathbf{H}_k 均是时变的向量, 故式(5)、式(6)所示模型实质上表示的是非线性、非平稳的地震动时程。

另外尚有二种离散状态-空间模型表示方式^[13], 鉴于这两种模型属于双估计模型, 需同时估计模型的状态和参数, 当模型信噪比较低时可能产生较大误差, 且时变 ARMA 模型的参数需根据状态向量计算得到, 可能导致计算复杂度增大, 本文采用式(5)、式(6)表示的模型。

3 状态-空间模型的 Kalman 滤波估计及 Unscented Kalman 滤波估计

3.1 状态-空间模型的 Kalman 滤波估计

标准 Kalman 滤波估计步骤可用以下递推方程表示^[2, 5-9]:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_{k+1}, \quad (7)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} (\mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} + \sigma_{k+1}^2)^{-1}, \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}^T \hat{\mathbf{x}}_k), \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T) \mathbf{P}_{k+1}, \quad (10)$$

其中, $(p+q) \times (p+q)$ 的方阵 \mathbf{P}_{k+1} 为状态方差的验前估计; $(p+q) \times (p+q)$ 的方阵 \mathbf{P}_{k+1} 为状态方差的验后估计; $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 表示状态向量的 \mathbf{x}_k 估计值; $(p+q) \times 1$ 的列向量 \mathbf{K}_{k+1} 称为 Kalman 增益; 式(9) 中的 $\hat{e}_{k+1}^- = y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}^T \hat{\mathbf{x}}_k$ 称为预报误差, 而根据 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 计算所得的 $\hat{e}_{k+1} = y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1}^T \hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 称为残差。

将式(7)、式(8)分别改写为

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k / \lambda, \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} (\mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} + \lambda)^{-1}, \quad (12)$$

则式(11)、式(12)、式(9)、式(10)表示了 RLS 方法的估计步骤, λ 称为遗忘因子, 且 $\lambda \in [0, 1]$ 。

将式(8)改写为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mu \mathbf{H}_{k+1}, \quad (13)$$

则式(8)、式(9)表示了 IMS 方法的估计步骤, μ 称为梯度修正因子, 且 $\mu \in [0, 1]$ 。

应注意到, 过程噪声方差 \mathbf{Q}_k 、遗忘因子 λ 及梯度修正因子 μ 均反映了状态-空间模型的非线性程度, 取值越大, 模型的非线性特性越明显。同时, 它们的取值对模型的时间分辨率和瞬时谱在不同频段的方差也有显著影响^[7]。因此, 应根据地震动的时域和频域特性选择适当的取值。

3.2 状态-空间模型的 Unscented Kalman 滤波估计

Unscented Kalman 滤波通过对少量的确定性采样(Sigma 点)进行 Unscented 变换以实现对其状态及其方差的估计。根据本文的状态-空间模型, Unscented Kalman 滤波估计方法主要包含以下步骤:

$$\mathbf{X}_{k+1} = [\mathbf{X}_{0, k+1}, \mathbf{X}_{1, k+1}, \mathbf{X}_{2, k+1}, \dots, \mathbf{X}_{2(p+q), k+1}], \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \sum_{i=0}^{2(p+q)} W_i^m \mathbf{X}_{i, k+1}, \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2(p+q)} W_i^c [\mathbf{X}_{i, k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-] [\mathbf{X}_{i, k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-]^T + \mathbf{Q}_{k+1}, \quad (16)$$

$$Y_{i, k+1} = \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{X}_{i, k+1}, \quad i \in [0, 2(p+q)], \quad (17)$$

$$\hat{y}_{k+1}^- = \sum_{i=0}^{2(p+q)} W_i^m Y_{i, k+1}, \quad (18)$$

$$P_{\hat{y}_{k+1}^- \hat{y}_{k+1}^-} = \sum_{i=0}^{2(p+q)} W_i^c [Y_{i, k+1} - \hat{y}_{k+1}^-] [Y_{i, k+1} - \hat{y}_{k+1}^-] + \sigma_{k+1}^2, \quad (19)$$

$$P_{\mathbf{x}_{k+1}^- \hat{y}_{k+1}^-} = \sum_{i=0}^{2(p+q)} W_i^c [\mathbf{X}_{i, k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-] [Y_{i, k+1} - \hat{y}_{k+1}^-], \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = P_{\mathbf{x}_{k+1}^- \hat{y}_{k+1}^-} P_{\hat{y}_{k+1}^- \hat{y}_{k+1}^-}^{-1}, \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}^-), \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1} - P_{\hat{y}_{k+1}^- \hat{y}_{k+1}^-} \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{K}_{k+1}^T, \quad (23)$$

其中, $(p+q) \times (2p+2q+1)$ 的矩阵 \mathbf{X}_{k+1} 表示确定性采样(Sigma 点), 且

$$\begin{cases} x_{0, k+1} = \hat{x}_k, \\ x_{i, k+1} = \hat{x}_k + (\sqrt{(p+q+\lambda)P_k})_i, & i \in [1, p+q], \\ x_{i, k+1} = \hat{x}_k - (\sqrt{(p+q+\lambda)P_k})_{i-p-q}, & i \in [p+q+1, 2(p+q)], \end{cases} \quad (24)$$

($\sqrt{(p+q+\lambda)P_k})_i$ 表示 $(p+q) \times (p+q)$ 的方阵 $(p+q+\lambda)P_k$ 平方根的第 i 列(行); $\lambda = \alpha^2(p+q+\kappa)$; 常数 α 决定了 x_{k+1} 在 \hat{x}_k 周围的散布范围的大小, 一般取介于 $10^{-4} \sim 10^{-2}$ 间的正值; κ 是一个与 x_{k+1} 峰态相关的常数, 一般取 0 或 $3-p-q$; 标量 W_i^c 和 W_i^m 称为采样的重要性系数, 取值为:

$$\begin{cases} W_0^m = \mathcal{N}(p+q+\lambda), \\ W_0^c = \mathcal{N}(p+q+\lambda) + (1-\alpha^2+\beta), \\ W_i^m = W_i^c = \mathcal{N}[2(p+q+\lambda)], & i \in [1, 2(p+q)], \end{cases} \quad (25)$$

β 是一个与 \hat{x}_k 的先验分布相关的常数, 对 Gauss 分布可取 $\beta = 2$ 。式(14)表示了确定性采样过程; 式(15)~式(23)表示了通过 Unscented 变换对状态及其方差进行估计的过程^[9,11]。

另外, 对于非线性状态-空间模型, 应用上述算法时仅需将式(15)和式(17)作相应调整即可, 无需通过一阶偏微分对其进行线性化处理。

3.3 估计结果的评判

不同滤波方法的估计结果, 可通过标准化残差 \hat{e}_k / σ_k 的统计特性来判断其优劣, 即判断标准化残差是否在一定保证率下符合 Gauss 白噪声假定^[2,12]。

此外, 还可比较根据时变 ARMA 模型参数模拟的地震动与实际地震动在强度、频谱和持时等工程特性以及结构反应等方面的符合程度, 以对不同滤波方法的估计结果进行综合评判。

3.4 Kalman 滤波与 Unscented Kalman 滤波估计的关系

从式(9)和式(22)可以看出, Kalman 滤波与 Unscented Kalman 滤波均包含了预估-修正的递推估计思想。所不同的是, Kalman 滤波直接依据高斯白噪声假定和线性状态-空间模型假定简单地推导出状态参数的预估值、验前和验后方差及增益, 而 Unscented Kalman 滤波则通过 Unscented 变换实现上述参数的估计。只有在 Gauss 白噪声和线性状态-空间模型条件下, Kalman 滤波才在理论上是最小二乘意义上的最优估计方法。但实际应用中由于过程噪声的方差 Q_k 难以精确估计, 一般根据经验确定, 其取值对滤波结果的优劣有重要影响。因此, 即使在 Gauss 白噪声和线性模型条件下, Unscented Kalman 滤波的实际效果也可能优于 Kalman 滤波, 这主要是由于两种方法对验前方差 P_k 、验后方差 P_k 和 Kalman 增益 K_k 的估计算法不同造成的^[9]。在非 Gauss 白噪声条件下, Kalman 滤波采用了 Gauss 化近似, 其估计精度低于 Unscented Kalman 滤波方法且为次优估计。在非线性状态-空间模型条件下, Kalman 滤波采用线性化(一阶 Taylor 展开)的处理方法对状态-空间模型进行近似, 因此它仅具有一阶精度且计算量大、易于发散; 而 Unscented Kalman 滤波方法未采用线性化近似, 具有二阶以上的精度且计算量小、鲁棒性强^[9,11]。

4 算例分析

本文以实际地震动记录 El Centro(1940, N-S 分量)为例, 分别用时变 ARMA(2, 1)和 ARMA(10, 9)模型建模, 用 Kalman 滤波方法和 Unscented Kalman 滤波方法估计时变 ARMA 模型的参数, 由此计算地震动瞬时谱, 通过瞬时谱、卓越频率及标准化残差统计特性对所用方法进行评

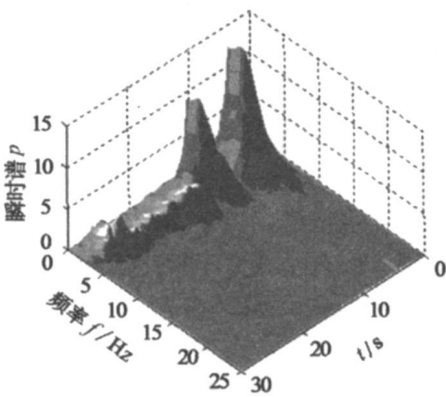
价。

4.1 瞬时谱的比较

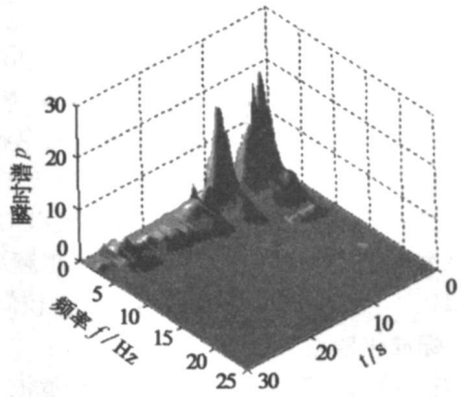
图1给出了采用不同 ARMA 模型两种滤波方法估计得到的地震动瞬时谱。可以看出,它们具有相一致的总体趋势,即:地震动的能量绝大部分集中于 10 s 以前、5 Hz 以下的时频面内;在 2 s、5 s、10 s、15 s 及 25 s 有局部峰值出现;谱峰对应的频率即卓越频率随时间的变化规律也大体相同。

比较不同滤波方法的估计结果,可以看出:Unscented Kalman 滤波方法比 Kalman 滤波方法更为细致地反映了谱峰随时间、频率的分布规律,具有较高的时间和频率分辨率,能够更好地跟踪地震动的局部特性。

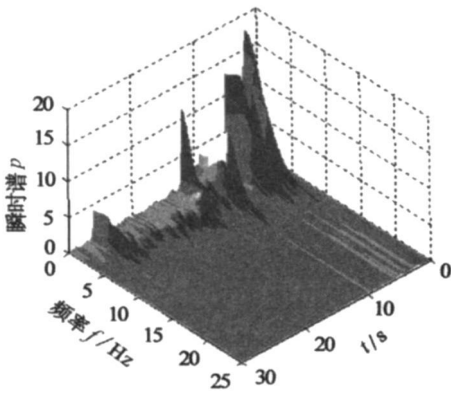
比较不同 ARMA 模型的估计结果,可以看出:高阶 ARMA 模型的时间、频率分辨率比低阶 ARMA 模型高;低阶 ARMA 模型在低频段存在较明显的盲区,低频误差较大,而高阶 ARMA 模型在低频段可较好地分辨出谱峰。



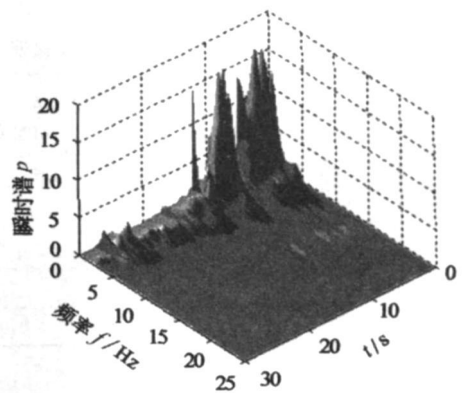
(a) ARMA(2, 1)-KF



(b) ARMA(10, 9)-KF



(c) ARMA(2, 1)-UKF



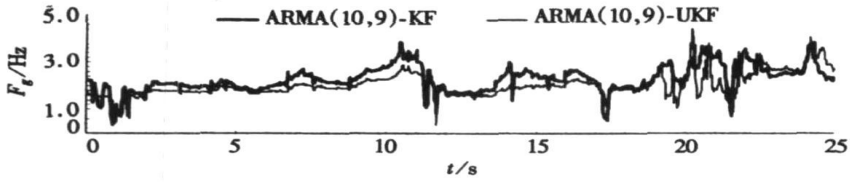
(d) ARMA(10, 9)-UKF

图1 瞬时谱 p 的比较

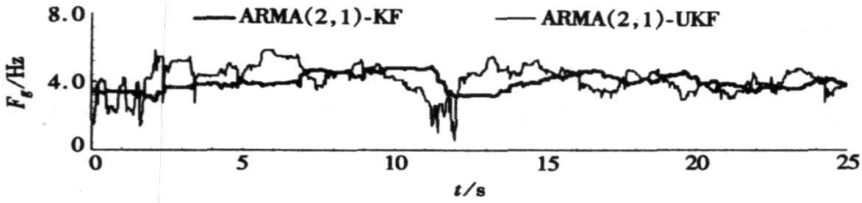
4.2 卓越频率的比较

地震动的卓越频率 (F_g) 可根据不同时刻谱峰对应的频率确定,也可根据 ARMA 模型参数计算得到^[2-3, 18]。图2给出了采用不同 ARMA 模型和两种滤波方法,根据 ARMA 模型参数计

算得到的地震动卓越频率。



(a) ARMA(2, 1)



(b) ARMA(10, 9)

图2 卓越频率 F_g 的比较

显然, Unscented Kalman 滤波方法对卓越频率的跟踪能力较强, 对较低的卓越频率也能精确分辨, 非常适于卓越频率或相位有突变的情况。而 Kalman 滤波方法一般适于卓越频率或相位变化较缓慢的情况。高阶 ARMA 模型对卓越频率的识别精度比低阶 ARMA 模型高, 低阶 ARMA 模型在有些时段明显存在对卓越频率的过高估计, 这主要是因为低阶 ARMA 模型的有效频率区间处于较高的频段, 当它估计较低频段的卓越频率时会产生较大的误差。

4.3 标准化残差的比较

表1给出了不同 ARMA 模型两种滤波方法的标准化残差自相关系数的统计特性。从估计精度看, Unscented Kalman 滤波方法优于 Unscented Kalman 滤波方法, 高阶 ARMA 模型优于低阶 ARMA 模型。

表1 标准化残差自相关系数的比较

	Kalman 滤波				Unscented Kalman 滤波			
	ARMA(2, 1)		ARMA(10, 9)		ARMA(2, 1)		ARMA(10, 9)	
	均值	方差	均值	方差	均值	方差	均值	方差
理论值	0	6.67×10^{-4}	0	6.67×10^{-4}	0	6.67×10^{-4}	0	6.67×10^{-4}
估计值	-2.01×10^{-4}	5.81×10^{-4}	-1.72×10^{-4}	6.01×10^{-4}	-1.59×10^{-4}	6.13×10^{-4}	-1.41×10^{-4}	6.31×10^{-4}
置信区间	[- 0.051 6				0.051 6]			
概率水准	0.966 1		0.970 7		0.986 8		0.991 8	

5 结 论

本文针对地震动瞬时谱的精确估计这一难题, 用时变 ARMA 模型描述地震动过程, 提出了采用 Unscented Kalman 滤波技术实现地震动瞬时谱估计的思路。算例分析表明, Unscented Kalman 滤波方法较传统 Kalman 滤波方法适用范围广, 更为细致地反映了谱峰随时间、频率的分布规律, 具有较高的时间和频率分辨率, 能够更好地跟踪地震动的局部特性, 适合处理非线性模型或有突变特性的模型的辨识问题。算例结果反映出, 高阶 ARMA 模型的时间、频率分

分辨率比低阶 ARMA 模型高, ARMA 模型的判阶仍是一个值得深入研究的问题, 结合 ARMA 模型理论频率分辨力的判阶方法应当是解决这一问题的出路所在。本文关于 Unscented Kalman 滤波的尝试不仅为地震动瞬时谱的精确估计提供了新途径, 为今后地震动的瞬时谱模型化及仿真研究奠定基础, 同时也为信号分析处理在土木工程中的应用如结构系统识别等提供了新思路。

[参 考 文 献]

- [1] 李英民. 工程地震动的模型化研究[D]. 博士学位论文. 重庆: 重庆建筑大学, 1999.
- [2] Conte J P, Fister K S, Mahin S A. Influence of the earthquake ground motion process and structural properties on response characteristics of simple structures[R]. Report No. UCB/EERG-90/09, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, 1990.
- [3] Cohen L. Time-frequency distributions—a review[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(7): 941-981.
- [4] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis[J]. Proc of the Royal Society of London, Ser A, 1998, 454(1971): 903-995.
- [5] 谢衷洁. 时间序列分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990.
- [6] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, Ser D, 1960, 82(1): 35-45.
- [7] Sorenson H W. Least-square estimation: from Gauss to Kalman[J]. IEEE Spectrum, 1970, 7(7): 63-68.
- [8] Ljung L. System Identification—Theory for the User[M]. 2nd Ed. New Jersey: PTR Prentice Hall, 1999.
- [9] Haykin S. Kalman Filtering and Neural Networks[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 2001.
- [10] Sanjeev A, Simon M, Neil G, et al. A tutorial on particle filters for on-line non-linear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [11] Julier S, Uhlmann J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear system[A]. In: Proc of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls[C]. Orlando, Florida: SPIE, 1997, 182-193.
- [12] Parzen E. Some recent advances in time series modeling[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1974, 19(6): 723-730.
- [13] Jong P, Penzer J. The ARMA model in state space form[J]. Journal of Statistics & Probability Letters, 2004, 70(1): 119-125.
- [14] Akaike H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.
- [15] Broersen P M T. Finite sample criteria for autoregressive order selection[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(12): 3550-3558.
- [16] 康宜华, 何岭松, 杨叔子. ARMA 谱的理论频率分辨率[J]. 华中理工大学学报, 1995, 23(6): 101-104.
- [17] Gustaffasson F, Gunnarsson S, Ljung L. Shaping frequency-dependent time resolution when estimation spectral properties with parametric methods[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(4): 160-163.
- [18] Dong Y F, Zhen N N, Lai M, et al. Estimation of instantaneous spectrum of earthquake ground mo-

tions using neural networks[A]. In: Anderson E DL Ed. Proc the 13th World Conference on Earthquake Engineering[C]. Vancouver, Canada: Mira Digital Publishing, 2004, PN1446.

Instantaneous Spectrum Estimation of Earthquake Ground Motions Based on Unscented Kalman Filter Method

LI Ying-min^{1,2}, DONG Yin-feng¹, LAI Ming³

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University,

Chongqing 400045, P. R. China;

2. Key Laboratory of New Technique for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;

3. Department of Science and Technology, Ministry of Construction, Beijing 100835, P. R. China)

Abstract: Representing earthquake ground motion as time varying ARMA model, the instantaneous spectrum can be determined only by the time varying coefficients of the corresponding ARMA model. Then, unscented Kalman filter was introduced to estimate the time varying coefficients. The comparison between the estimation results of unscented Kalman filter and Kalman filter method shows that unscented Kalman filter can more precisely represent the distribution of the spectral peaks in time-frequency plane than Kalman filter and its time and frequency resolution is finer which ensures its better ability to track the local properties of earthquake ground motions and to identify the systems with non-linearity or abruptness. Moreover, the estimation results of ARMA models with different orders indicate that the theoretical frequency resolving power of ARMA model which was usually ignored in former relevant studies has great effect on the estimation precision of instantaneous spectrum and it should be taken as one of the key factors in order selection of ARMA model.

Key words: unscented Kalman filter; earthquake ground motion; instantaneous spectrum; time varying ARMA model